تاریخ علم، دورهٔ ۱۰، شمارهٔ ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۱، ص۶۵-۹۱

بازخوانی میراث ابوالوفا بوزجانی در صناعات معماری[1]

جعفر طاهری*
استادیار، دانشکدهٔ معماری، شهرسازی و هنر اسلامی دانشگاه فردوسی مشهد
j.taheri@um.ac.ir
هادی ندیمی
استاد، دانشکدهٔ معماری و شهرسازی دانشگاه شهید بهشتی تهران
hadinadimi@gmail.com
(دریافت: ۱۳۹۲/۸/۱۲، پذیرش: ۱۳۹۲/۱۰/۵)

چکیده

ابوالوفا بوزجانی از ریاضی‌دانان تراز اول دورهٔ اسلامی است که کتاب او در بارهٔ اعمال هندسی زمینه‌ساز مباحث و تحقیقات بسیاری در حوزه‌های تاریخ علم، معماری و صناعات وابسته بوده است. با وجود این، تاکنون سهم واقعی او در صناعات معماری در سایهٔ جایگاه علمی او پنهان و ناشناخته مانده است. هدف این مقاله روشن ساختن میراث ابوالوفا در ریاضیاتِ معماری میان اصحاب و دست‌اندرکاران معماری با تکیه بر روش تحلیل (شباهت‌های ساختاری) تاریخی است. برای این پس از نیم‌نگاهی به زمینه‌های تکوین آثار حساب و هندسهٔ عملی او در سدهٔ ۴ق/۱۰م، روش‌های هندسی ابوالوفا و میزان عملی بودن آنها را با روش‌های معماران و صنعتگران در کنار یکدیگر بررسی تطبیقی کرده‌ایم. یافته‌های پژوهش حاضر نشان می‌دهند که هرچند ابوالوفا در کتاب اعمال هندسی مبانی هندسهٔ عملی - به‌ویژه در هندسهٔ مسطحه - را گردآوری، تدقیق کرده و راه‌حل‌های مختلفی را برای مسائل عرضه کرده است، اما روش‌های او نقش چندانی در طراحی هندسی اصحاب معماری نداشته است. زیرا اصحاب صناعات بخش قابل توجهی از مسائل این کتاب را به دلیل وجود روش‌های ساده‌تر و عملی‌تر به کار نبرده‌اند. چنین می‌نماید که میراث اصلی ابوالوفا در معماری، علم حساب ابنیه است، که او مقدمات حساب عملی را برای دبیران، محاسبان و ناظران مالیهٔ ساختمانی تدوین نمود.

کلیدواژه‌ها: ابوالوفا بوزجانی؛ اعمال هندسی؛حساب؛ صنعتگران؛ معماری

---

۱. مقالهٔ حاضر برگرفته از رسالهٔ دکتری نویسندهٔ مسؤول (۱۳۸۸) زیر نظر دکتر هادی ندیمی و مشاورهٔ دکتر حسین معصومی همدانی و دکتر مهدی محقق با تجدید نظر و اضافات است.

* نویسندهٔ مسؤول

مقدمه

بی‌تردید ابوالوفا بوزجانی (۳۲۸-۳۸۸ق) برجسته‌ترین ریاضی‌دانی است که به عرصه‌های نظری و عملی ریاضیات در صناعات معماری[۱] دورهٔ اسلامی پای گذاشته است. ابوالوفا این جایگاه را در این حوزهٔ میان‌رشته‌ای مدیون آثاری در حساب و به‌ویژه هندسهٔ عملی است که برای برآوردن نیازهای دست‌اندرکاران و اصحاب[۲] صناعات معماری به علوم ریاضی پدید آورد. در این میان کتاب اعمال هندسی او به عنوان رساله‌ای منحصر به فرد در هندسهٔ عملی و نیز یکی از معدود اسناد مکتوب در تاریخ معماری دست‌مایهٔ بررسی و تحلیل بسیاری از پژوهشگران معاصر بوده است. با وجود تحقیقات ارزشمند در بارهٔ این کتاب و آثاری از این دست، این تحقیقات غالباً از نگاه یک‌سویهٔ مورخان علم - با رویکرد تحلیل هندسی - یا مورخان معماری - با رویکرد توصیفی - بر کنار نبوده است. این رویکردهای یک‌سویه نیز منجر به در پرده ماندن نقش واقعی ابوالوفا و آثاری از این دست، و در نتیجه زیاده‌روی در تعیین سهم آنها در قلمرو صناعات معماری شده است. از سوی دیگر، رویکردهای مبتنی بر تحلیل هندسی بعضاً منجر به تفسیرهای ناروا از کاربرد مسائل این کتاب در معماری، و نیز در پرده ماندن میراث حسابی ابوالوفا، یعنی حساب ابنیه و عمارات شده است.

ملاحظات پیشین این پرسش را پیش روی می‌نهد که به‌راستی ابوالوفا بوزجانی چه سهمی در دانش ریاضیات معماری داشته است؟ پاسخ به این پرسش بررسی علمی و معمارانهٔ آثار او را در کنار واکاوی زمینه‌های نگارش چنین آثاری در زمانهٔ او می‌طلبد. این بررسی‌ها به نوبهٔ خود می‌توانند به بازخوانی و ارزیابی دوبارهٔ پیوند میان میراث علمی ابوالوفا و جامعهٔ اصناف صناعات معماری بینجامد. بازخوانی میراث ابوالوفا از کاربرد علوم ریاضی در صناعات معماری یا آنچه در اینجا «دانش ریاضیاتِ معماری» می‌خوانیم به‌منظور دست‌یابی به اهداف زیر است:

- بازخوانی معمارانهٔ اعمال هندسی و پی بردن به زمینه‌های شکل‌گیری آثاری از این دست در سدهٔ چهارم هجری؛

---

۱. در نوشتار حاضر از صناعت معماری و صناعات وابسته به آن چون نجاری، کاشیکاری، ... در مقیاس بنا و شهر با عنوان «صناعات معماری» یاد شده است.

۲. در نوشتار حاضر از اصناف دخیل در فرایند طراحی و اجرای صناعات معماری، چون پیشه‌ور، صنعتگر، بنّا و معمار با عنوان «اصحاب صناعات یا اصحاب معماری» یاد شده است.

- بررسی کاربردهای متون هندسه و حساب ابوالوفا در فرایند شکل‌گیری آثار معماری از مرحلهٔ طراحی تا ساخت؛
- روشن ساختن سهم و نقش ابوالوفا در دانش مکتوب ریاضیات معماری؛
- نقد و تحلیل برخی ارزیابی‌های پژوهشگران.

نخستین ردّپای دانش ریاضیاتِ معماری در متون ریاضیات دورهٔ اسلامی توسط فرانتس ووپکه[1] (۱۸۵۵م) یافت شد. او با تحلیل انتقادی ترجمه‌ای فارسی از اعمال هندسی،[2] توجه دیگر پژوهشگران تاریخ علم و بعدها تاریخ هنر و معماری را به متون ریاضیات کاربردی برای اصحاب صناعات جلب نمود. به دنبال ووپکه، شماری از تاریخ‌نگاران هنر چون «پَریس داون»[3] و ویوله لو دوک[4] نیز از اولین کسانی بودند که به استناد پژوهش ووپکه اظهار کردند که به نظر می‌رسد نقش‌های پیچیدهٔ هندسی و آثار هنری در جهان اسلام مبتنی بر علوم ریاضی بوده که در رساله‌های مربوط به هندسهٔ عملی آمده است» (نجیب‌اوغلو، ص۹۶).

در ادامه پژوهشگران بسیاری چون زوتر،[5] کراسنووا،[6] بولاتف،[7] قربانی و شیخان، چُرباچی،[8] بلوم،[9] اوزدورال،[10] نجیب‌اوغلو[11] و دیگران از ارتباط اعمال هندسی با اصحاب صناعات و کاربرد هندسه در معماری سخن گفتند. در مقابل به‌رغم بررسی کتاب حساب ابوالوفا توسط ووپکه، لوکی،[12] اسکیمر،[13] روزنفلد و یوشکیویچ،[14]

---

1. Woepcke

۲. این ترجمه را نجم الدین محمود کوبنانی، برادر ابواسحاق کوبنانی، در نیمهٔ دوم سدهٔ ۹ق/۱۵م آغاز کرده بود که با مرگ زودهنگام نجم الدین، ابواسحاق کار را پی گرفت (در این باره نک : کرامتی، «ابواسحاق کوبنانی»). این ترجمه یکی از رسائل جنگی است که شامل ۲۵ رساله در علوم ریاضی است. این جنگ در کتابخانهٔ ملی پاریس به شمارهٔ ۱۶۹ نگهداری می‌شود. در نوشتار حاضر از این مجموعهٔ دست‌نویس با عنوان «رسایل پاریس» یاد شده است.

3. Prisse d'Avennes
4. Violet-Le Duc
5. Suter
6. Krasnova
7. Bulatov
8. Chorbachi
9. Bloom
10. Özdural
11. Necipoglu
12. Luckey
13. Skirmer
14. Rozenfeld and Youschkevitch

کان،[1] اِرِن کرویتز،[2] و سعیدان، این اثر چندان که باید در سیر تاریخی کاربرد علوم حسابی در فرایند ساخت آثار معماری(ابنیه) مورد توجه نبوده است.

به‌رغم این پژوهش‌های پرشمار و ارزشمند، میراث واقعی ابوالوفا در صناعات معماری هم‌چنان آکنده از ابهام است. این ابهام افزون بر کمی شواهد تاریخی و روش‌های یک‌سویه بررسی آثار او، به نظر می‌رسد بیشتر ناشی از جایگاه ابوالوفا در تاریخ علم بوده است. برای این منظور مقالهٔ حاضر با روش تحلیل تاریخی بر آن است با در نظر نگرفتن سلطهٔ علمی ابوالوفا میان پژوهشگران معاصر، بر تطبیق روش‌های هندسی او و طریقهٔ اصحاب صناعات تکیه کند. از این رو نخست با مروری اجمالی بر زمینه و زمانهٔ عصر ابوالوفا، به مؤلفه‌های شکل‌گیری و تکوین دانش ریاضیات معماری در آثار او اشاره می‌شود. سپس بخش‌های مهمی از اعمال هندسی مورد بررسی تحلیلی و معمارانه قرار گرفته است. امید می‌رود این ملاحظات مقدمه‌ای بر آشکارسازی سهم ابوالوفا بوزجانی در دانش ریاضیات معماری و بازخوانی میراثی باشد که او در اصناف معماری و صناعات وابسته برجای نهاده است.

ابوالوفا و زمینه‌های تکوین ریاضیاتِ معماری

محمد بن محمد بن یحیی بن اسماعیل بن عباس [مشهور به ابوالوفا بوزجانی] به سال ۳۲۸ق/۹۴۰م در بوزجان (نزدیک نیشابور) زاده شد. او در بیست سالگی به بغداد عزیمت کرد و در همان‌جا درگذشت (ابن ندیم، ج۳، ۲۵۸).[3] ابوالوفا زمانی پا به بغداد نهاد که به قول آدام مِتس رنسانس اسلامی در شهرهای مهم سرزمین‌های اسلامی، به ویژه بغداد رقم خورده بود. سدهٔ ۴ق/۱۰م افزون بر افول نقش خلفای عباسی و پراکندگی حکومت در سرزمین‌های اسلامی با رشد بی‌سابقهٔ علوم در جهان اسلام مقارن بود. در این میان ابوالوفا در فضای عقلانی حاکم بر جامعهٔ دوران آل بویه[4] که بی‌تأثّر از اندیشه‌های فلاسفه‌ای چون فارابی[5] در طبقه‌بندی علوم عقلی نبود، با آثار ریاضیات دانشوران یونانی و اسلامی مواجه شد. در این میان او دامنهٔ علوم

1. Cahen
2. Ehrenkreutz

۳. دربارهٔ زندگی و آثار ابوالوفای بوزجانی نک : کرامتی، «بوزجانی».

۴. دربارهٔ وقایع و زندگی اجتماعی در دوران آل بویه نک : سجادی، «آل بویه».

۵. فارابی صناعات ابنیه یا معماری[ریاسة البناء] را ذیل ریاضیات عملی (حیل هندسی) قرار می‌دهد (ص۹۰). تعبیر «ریاسة» از ریشهٔ رأس به معنای سرپرستی کار، استادکاران، بنّایان و کارگران گرفته شده، که اشاره‌ای صریح بر ریاست و حاکمیت [حیل] هندسی بر صناعات معماری است.

ریاضی را به علوم دیگری چون مثلثات و ابزارهای مسّاحی و ترسیمی گسترش داد. البته در این دوران آثار متفاوتی در علم حساب پدید آمد و مسیرهای تازه‌ای در علم هندسهٔ عملی و علم الحیل گشوده شد. برای مثال نیاز به ساخت سازه‌های آبی چون قنات، ابوبکر محمد کرجی (۵ق/۱۱م) را بر آن داشت تا در حدود ۴۰۳ق کتاب انباط المیاه الخفیه (استخراج آب‌های پنهانی) را برای ابوغانم معروف بن محمد بنگارد. در قلمرو سیاسی و اجتماعی نیز ایجاد فرمانروایی‌های مستقل در جهان اسلام منجر به گسترش شهرنشینی و فعالیت‌های عمرانی شد. فعالیت‌های عمرانی با فراخوانی اصحاب صناعات مسلمان و غیرمسلمان از سرزمین‌های مختلف،[1] نیاز و زمینهٔ کاربرد ریاضیات در اموری چون تقسیم زمین و فعالیت‌های ساختمانی را ایجاب می‌کرد. بدین ترتیب رونق تجارت به همراه عمران زیربنایی و شکوفایی شهرنشینی، هم‌گام با پیشرفت‌های علوم کاربردی، زمینه‌های مساعدی از فعالیت و تعامل اصناف صناعات علمی و عملی را از اقصا نقاط جهان اسلام فراهم آورده بود. این تحولات زمینه و نیاز به تدوین اصول و مبانی دانش کاربرد ریاضیات را برای اصحاب معماری فراهم می‌ساخت.

حساب و هندسهٔ ابوالوفا به واقع اصلی‌ترین آثاری هستند که او در آنها تلاش کرده است تا پایه‌های ریاضیات کاربردی در صناعات معماری را گردآوری و تدقیق نماید. به گفتهٔ کرمر ابوالوفا با نبوغ و تبحّرش در ریاضیات و به واسطهٔ نیاز فرمانروایان در رسیدگی به امور دیوانی و مدیریت امور مالی[2] منزلتی رفیع در دستگاه دولتی یافت (کرمر، ص۲۸۲). این جایگاه حکومتی در کنار مدیریت بیمارستان بزرگ بغداد، تعاملات اجتماعی ابوالوفا را گسترش داد و زمینه‌های پیوند و تعامل او را با سطوح مختلف جامعه از جمله صاحبان اصناف معماری فراهم آورد. تعاملات ابوالوفا با دو صنف از مهم‌ترین اصناف یعنی دبیران و اصحاب صناعات، زمینه‌هایی را فراهم آورد تا بخشی از دانش ریاضی مورد نیاز ایشان توسط او مورد مداقّه قرار گرفته و در جهت گردآوری، تدقیق و تدوین دانش ریاضیات معماری گام بردارد.

---

۱. به گفتهٔ مورخانی چون مقدسی (مقدسی، صص۲۰۷و۲۲۲)، مسکویه رازی (ابن مسکویه، ص۲۳۱) و ابن خلدون (ج۲، ص۷۰۸)، در قرون نخستین اسلامی بنّایان و صنعتگران از ایران و دیگر بلاد به مراکز بلاد اسلامی آمدند.

۲. در مورد وظایف دبیران و کاتبان در سدهٔ چهارم هجری، و نقش کتاب حساب ابوالوفا نک : متس، ج۱، صص۹۵-۱۰۷.

در ابتدا قرارگیری ابوالوفا در دستگاه فرمانروایی آل بویه و ارتباط با جماعتی از دبیران، کاتبان و کارگزاران حکومت به مدت یک دهه، وی را بیش از دیگران در مواجهه با ابعاد مختلف این اصناف و نقاط قوت و ضعف ایشان قرار داد. افزون بر این مقام بلند ابوالوفا در میان دبیران و جایگاه بالای اجتماعی این صنف[1] در حکومت‌ها و جامعه، او را به سوی تدوین دانش حساب مورد نیاز افراد شاغل در امور تجارت، محاسبان و ناظران ساختمانی هدایت کرد. از سوی دیگر گفته شد که فرمانروایان آل بویه جنبش وسیعی در امور عمران شهری و معماری ایجاد کرده بودند. گویتین یادآور می‌شود که اصناف و صنعتگران مختلف، با جنبش‌های اجتماعی که در درون آنها در جریان بود به سوی شکل‌گیری جماعات و حلقه‌های مختلف اجتماعی برای سامان دادن به فعالیت حرفه‌ای و تدوین آداب حرفه‌ای صناعات و آموزش پیوسته در این اصناف پیش می‌رفتند (شیخلی، ص۵۴). ابوالوفا با حضور در متن جماعتی از صنعتگران و با آشنایی مقدماتی از برخی مسائلی که صنعتگران و بنّایان در امور ریاضی با آن روبه‌رو بودند، مهم‌ترین مسألهٔ ریاضیات ایشان را فقدان مبانی دقیق علم هندسه دید. از این رو برای پاسخ به این مسأله، پس از حداقل سه دهه حضور در بغداد و محتملاً ارتباط با این اصناف به واسطهٔ جایگاهش، مبادرت به تدقیق و تدوین دانش هندسی مورد نیاز صنعتگران و سازندگان صناعات معماری نمود. هرچند اصحاب معماری پیش از ابوالوفا از دانش هندسهٔ مرتبط با حرفهٔ خود بی‌بهره نبودند ولی تا پیش از او در جهان اسلام، دانش مکتوب ریاضیات معماری آن گونه که او به تدقیق و عمومی کردن آن دست یازید، وجود نداشته است.

ملاحظات پیشین دیباچه‌ای کوتاه بر چگونگی آغاز تدوین دانش ریاضیات معماری و پیوند نظام‌مند ریاضیات با صناعات معماری در نیمهٔ دوم سدهٔ چهارم هجری است. ابوالوفا کوشید مسیر کاربرد علمی‌تر علوم ریاضی در این صناعات و اصناف وابسته و نیازمند به ریاضیات را پی‌ریزی و هموار کند. در ادامه به سهم ابوالوفا در تدوین هندسهٔ عملی بر اساس کتاب «فی ما یحتاج الیه الصانع من الاعمال الهندسیه»، «النجاره» یا «اعمال هندسی» خواهیم پرداخت. این کتاب به همراه فی ما یحتاج الیه الکتّاب و العمّال و غیرهم من علم الحساب یا المنازل فی الحساب در

۱. در مورد جایگاه اجتماعی دبیران نک : ابن مسکویه، ص۴۱۰

حساب ابنیه و عمارات، بدنهٔ میراث مکتوب ابوالوفا در کاربرد علوم ریاضی در صناعات معماری را شکل داده‌اند.

بازخوانی معمارانهٔ اعمال هندسی

ابوالوفا بوزجانی در دههٔ پایانی عمرش مهم‌ترین اثر در هندسه عملی را به خواست بهاءالدوله ابونصر فیروز (حک : ۳۷۹-۴۰۳ق) نگاشت. چنان که از این کتاب برمی‌آید، وی در این اثر در تلاش برای گردآوری، تدقیق و تدوین مسائل هندسه عملی مورد نیاز اصحاب معماری، با ارائهٔ روش‌های ساده و فاقد برهان بوده است. همچنین او روش‌های تازه پیشنهاد کرده و برخی روش‌های موجود را تصحیح کرده و توسعه داده است. البته گفته می‌شود که شهرت اعمال هندسی به سبب ترجمه‌ها،[۱] شروح،[۲] اقتباس‌ها و بعدها تحلیل‌هایی است که طی سده‌های مختلف از آن صورت گرفته است. هر چند انتظار می‌رفت ترجمهٔ این اثر به فارسی موجب استفادهٔ آن توسط تعداد بیشتری از اصحاب معماری در سرزمین‌های اسلامی، به ویژه در ایران باشد اما بر خلاف آنکه انتشار و شهرت این اثر نزد اصناف ریاضی‌دانان درست است؛ در ادامه نشان خواهیم داد که این گفته به سادگی قابل تعمیم به اصناف صناعات معماری نیست.

بنا به گفتهٔ ابوالوفا ظاهراً مبانی و روش‌های استوار و دقیقی برای حل مسائل هندسی میان پیشه‌وران و اصحاب معماری وجود نداشته است (بوزجانی، صص۱۰۵ و ۱۱۴). هرچند پیش از ابوالوفا، برخی ریاضی‌دانان در آثار خود به برخی نقش‌های عملی هندسه در مقاصد نظری و عملی مانند مسّاحی پرداخته بودند، اما از آنجا که آثاری از این دست برای ریاضی‌دانان نوشته شده بود، ظاهراً نتوانسته‌اند در مسیر طراحی هندسی اصحاب معماری نقشی داشته باشند. برای مثال خوارزمی در جبر و مقابله به پیمایش اشکال هندسی، و عبدالرحمان صوفی، پیش از ابوالوفا، در رساله‌ای منسوب به او با عنوان فی عمل الاشکال المتساویه الاضلاع کلها بفتحة واحدة، به ترسیم چند ضلعی‌های منتظم به ضلع معلوم با خط‌کش و پرگار با دهانهٔ ثابت پرداخته بودند. با وجود این تلاش‌ها که غالباً مبتنی بر جنبه‌های صرفاً علمی اشکال هندسی

---

۱. به جز ترجمهٔ سدهٔ نهمی نجم‌الدین محمود و ابواسحاق کوبنانی، ترجمهٔ کهنی از این کتاب از مترجمی ناشناس با عنوان «کتاب نجارت» در دست است که نباید دیرتر از سدهٔ ۶ق نوشته شده باشد.

۲. برای آگاهی از ترجمه‌ها و شروح این اثر نک : قربانی و شیخان، صص۱۳-۱۶.

بود، ابوالوفا تلاش کرد اصلی‌ترین کتاب کاربردی را در علم هندسه به زبانی ساده برای اصحاب معماری بنگارد.

ابوالوفا در آغاز این کتاب پس از معرفی و تحلیل ابزارهای ترسیم هندسی، روش‌های دقیق و تقریبی ترسیم اشکال هندسی در صناعات را عرضه می‌کند. او برای هر یک از این ترسیمات، چندین روش متفاوت ارائه داده و در مواقعی به روش مرسوم اصحاب صناعات نیز اشاره می‌کند. به نظر می‌رسد ابوالوفا بر آن بود تا با ارائهٔ روش‌های مختلف به صنعتگران، افزون بر دادن آزادی انتخاب به ایشان در شرایط مختلف طراحی و اجرا، دامنهٔ راه‌حل‌های مسائل هندسی را گسترش دهد. او همچنین به برخی روش‌های هندسی که پیش از او نزد اصحاب صناعات مرسوم بوده اشاره می‌کند. با وجود آنچه در ابتدا به نظر می‌آید، روش‌های هندسی ابوالوفا به‌رغم آنکه حاکی از آشنایی او با طریقهٔ عملی صنعتگران است، گاهی مسیرهایی متفاوت از مسیر آنان ترسیم نموده که در عمل کارایی چندانی نداشته است.

همان طور که اشاره شد اعمال هندسی پس از وویکه در کانون توجه و بررسی پژوهشگران تاریخ علم، هنر و معماری بوده است. این پژوهشگران هر یک به نوعی کوشش کرده‌اند پرده از ابعاد علمی، فنی و کاربردی این اثر بردارند. در اینجا کوشش می‌کنیم با تحلیل محتوایی و گام به گام باب‌هایی از این کتاب، بر نقش و سهم واقعی ابوالوفا در هندسهٔ کاربردی روشنی افکنیم.

اعمال هندسی مشتمل بر ۱۳ باب است که ابوالوفا در آن پس از مقدمه‌ای بر ابزارها به روش‌های ترسیم اشکال هندسی مورد نیاز صنعتگران و بنایان(اهل عمل، اصحاب صنایع) اشاره کرده است.

ابوالوفا در باب نخست به معرفی شیوهٔ تهیه و کاربرد ابزارهای ترسیمی صنعتگران چون خط‌کش، پرگار و گونیا می‌پردازد. او پس از معرفی انواع پرگار (دولابی و ریسمان سیاه)، روش‌هایی را برای امتحان درستی آنها ارائه می‌دهد. او به این مسأله واقف است که دقت ترسیمات با پرگار نیازمند ثابت نگه داشتن دهانهٔ آن است.[۱] ابوالوفا در غالب متن بر آن است که در کنار عرضهٔ روش‌های دقیق هندسی، به برخی روش‌های مرسوم صاحبان حِرَف برای همان مسائل اشاره کند. برای مثال او پس از

۱. اهمیت دقت اعمال و ترسیمات هندسی این طور بیان می‌شود که «در گسترش و ترکیب نقش‌مایه‌ها، کوچک‌ترین خطای ترسیمی به زودی ابعادی قابل ملاحظه به خود می‌گیرد، و آرایش کلی [نقش‌های] گره‌کشی را یکسره به هم می‌ریزد» (ماهرالنقش، ص۸۲).

معرفی و توصیف گونیا،[۱] در مسألهٔ ترسیم خطی عمود بر یک پاره خط، پس از ارائهٔ راه‌حل خود، به راه‌حل صنعتگران که مبتنی بر قاعدهٔ مشهور فیثاغورث است، اشاره می‌کند(بوزجانی، ص۱۲). همان گونه که در ادامه خواهیم دید شواهد تاریخی تا به امروز نشان می‌دهند که اصحاب معماری به دلیل در اختیار داشتن روش‌های ساده‌تر و عملی‌تر در مورد این مسأله و مسائل دیگر، تمایل چندانی به استفاده از روش‌های ابوالوفا نداشته‌اند.

ابوالوفا باب‌های دوم تا ششم اعمال هندسی را به مبانی هندسه و ترسیم اشکال پایه اختصاص داده است. در واقع این پنج باب بنیادی‌ترین مبانی ترسیمات هندسهٔ عملی در فن معماری و صناعات است. در باب دوم، دو مسألهٔ کاربردی و مهم شایستهٔ تأمل دوباره است. در مسألهٔ ششم از باب دوم (= فرود آمدن عمود بر یک صفحه از نقطه‌ای واقع در خارج آن) ابوالوفا پس از ارائهٔ راه حل خود به روش مرسوم اهل صناعت با شاقول[۲] اشاره می‌کند (ص۱۸). روش هندسی ارائه شده توسط ابوالوفا بسیار پیچیده‌تر از روش همیشگی بنّایان است و حل این مسأله با روش ابوالوفا در بیشتر موقعیت‌ها عملی نیست. ظاهراً تعهد ابوالوفا به عنوان یک ریاضی‌دان در ارائهٔ راه حل‌های دقیق هندسی، منجر به پیشنهاد این روش شده است. در مسألهٔ هشتم همین باب (= از نقطهٔ ا خطی موازی خط مستقیم بج رسم کنیم)، ابوالوفا بار دیگر به روش اهل صناعت اشاره می‌کند، که بازهم از روش هندسی او ساده‌تر و عملی‌تر است (ص۱۹). صنعتگران برای این مسأله، یک سر خط کش یا ریسمانی کشیده را در نقطهٔ ا خارج از خط مفروض بج نهاده و سر دیگر را روی خط بج حرکت می‌دهند تا خطی موازی آن رسم شود. حتی امروزه نیز با وجود تجهیزات نوین نقشه‌برداری این روش بسیار معمول است. البته به نظر می‌رسد روش ابوالوفا این حسن را دارد که در طول‌های زیاد، خطای کمتری نسبت به روش صنعتگران دارد.[۳]

---

۱. ابواسحاق کوبنانی در ترجمهٔ خود گونیا را این گونه تعریف می‌کند: و اما غرض از کونیا که زاویهٔ قائمه است ساختن چهارسوهاست [مربع] و بصلاح آوردن کنج‌های بناها و مانند این...(رسایل پاریس، برگ ۱۴۲).

۲. برای توصیف اسباب کار بنّایان در دست‌نویس مربوط به سدهٔ نهم یا دهم هجری نک : خانمحمدی، ص۱۴.

۳. آخرین مسألهٔ باب دوم ساخت آینهٔ سوزان است. این مسأله پیش از ابوالوفا توسط دانشمندان دیگر نیز بررسی شده بود. از آنجا که ساخت آینه‌های سوزان در برخی مقاصد عملی کاربرد داشته است؛ به نظر می‌رسد ابوالوفا در اثر خود طیف‌های مختلفی از صنعتگران و ابزارسازان را مدّ نظر قرار داده است. ابن مسکویه یکی از توانایی‌های ابوالفضل بن عمید (=استاذالرئیس: از ۳۲۸-۳۶۰ق/۹۳۹-۹۷۰م وزیر رکن‌الدوله بود) در علم الحیل را ساخت آینه‌های آتشزا از راه دور عنوان می‌کند (ص۳۳۷).

باب سوم به مهم‌ترین اشکال هندسی در صناعات، یعنی ترسیم چندضلعی‌های منتظم بر اساس ضلعی معلوم می‌پردازد. باب چهارم نیز در بارهٔ ترسیم همان اشکال باب سوم ولی از طریق محاط نمودن در دایره است. در آغاز این باب ابوالوفا به تفاوت روش مهندسین و صنعتگران ماهر و زبردست (!؟) - که برای اثبات حقانیت روش خود آنان را دلیل قرار داده بود - اشاره نموده و طریق صناعی مبتنی بر براهین هندسی را توصیه می‌کند:

> متداول میان اهل صناعت آن است که چون در دایره یا بر دایره شکلی مضلّع خواهند کرد محیط آن دایره را به عدد اضلاع قسمت کنند، پس شکل تمام کنند. ... این نوع عمل نه به نزدیک مهندسان پسندیده باشد و نه به نزدیک زیرکان و ماهران اهل صناعت. بلکه عمل پسندیده به نزدیک ایشان آن باشد که ابتدا به نوعی از تدبیر ضلع مخمّس یا مسدّس یا معشر یا غیر آن با دست آرند. ... چه آنچه به قسمت عمل حاصل کنند در فتح و ضم پرگار بارهای بسیار رنج بینند و مطلوب الا به مشقت و تعب حاصل نیاید و آن نیز به تقریب و تخمین باشد نه به تحقیق و یقین. و چون حال بر این جمله است واجب نمود که در استخراج اضلاع اشکال، طریق صناعی اختیار کنیم که صحت آن به برهان هندسی شناخته باشیم(همان، ۴۳).

بنا به گفتهٔ ابوالوفا، اصحاب صناعات چندضلعی‌های منتظم را از طریق تقسیم محیط دایره به تعداد اضلاع ترسیم می‌کنند، تا اینکه بخواهند بر اساس یک ضلع مفروض، چندضلعی را ترسیم کنند [روش‌های باب سوم]. اما چرا اصحاب صناعات از روش محاط کردن در دایره به‌رغم تصریح ابوالوفا بر تقریبی و دشوار بودن آن (!؟) تا به امروز استفاده کرده‌اند؟ نکته‌ای که احتمالاً ابوالوفا از آن مطلع نبوده این است که دایره مبنا و شکل پایهٔ ترسیم غالب اشکال، نقوش و حتی ساختار کلی ابنیه بوده است. در واقع ترسیم هر n ضلعی در طراحی هندسی بنا یا نقوش باید بر مبنای دایره و زمینه‌ای مفروض شکل گیرد. همچنین طرح‌هایی با ابعاد مختلف نیز با تکرار یک نقش مبنا در دایره ایجاد می‌شدند.[۱] پس اینکه صنعتگران با تدبیری ضلع چندضلعی را بیابند، در واقع خلاف مسیری است که سالیان دراز در طراحی هندسی صناعات معماری پیموده می‌شده است.[۲] برخی شواهد نیز از استفاده نکردن صنعتگران از روش‌های ترسیم هفت و نه

---

۱. برای الگوهای هندسی در طرح‌های اسلامی نک : سعید و پارمان، فصل دوم.

۲. این روش توسط استادکاران معماری سنتی معاصر در ترسیم نقوش نیز به‌کار می‌رود (نک : ماهرالنقش، ۱۳۸۱).

ضلعی منتظم ابوالوفا حکایت دارند. می‌دانیم که ترسیم این اشکال منجر به معادلهٔ درجهٔ سوم و مقاطع مخروطی شده و راه‌حل دقیقی ندارند. از این رو صنعتگران روش‌هایی تقریبی را در پیش می‌گرفتند که بعضاً ابداع خود آنان بود و در متون ریاضی برجای مانده از دورهٔ اسلامی دیده نمی‌شوند.[۱] بنا بر این با وجود تلاش‌های برخی ریاضی‌دانان در ترسیم و محاط نمودن هفت ضلعی منتظم در دایره،[۲] به نظر می‌رسد غالب روش‌های آنان نتوانسته‌اند در مسیر فعالیت ریاضی معماران و صنعتگران نقش چندانی داشته باشند.

باب‌های هفتم تا نهم دربارهٔ ساختارهای ترکیبی اشکال هندسی (اشکال در و بر اشکال؛ تقسیم اشکال) است. این سه باب، مقدمات ورود به مصادیق معماری و پلی میان اشکال پایهٔ هندسی و نمونه‌های کاربردی هندسه در صناعات معماری است. باب‌های هشتم «در قسمت مثلثات» و نهم «در قسمت مربعات به اقسام» از منظر تفکیک و تقسیم زمین‌های شهری یا کشاورزی، و مسائل شهرسازی حایز اهمیت‌اند. در باب هشتم به شیوه‌های مختلف تقسیم مثلث‌ها به نسبت‌های معین و بالعکس «چندبرابر کردن مثلث‌ها» پرداخته شده است. در باب نهم که کاربردهای عملی بیشتری در این حوزه از صناعات دارد، زمین‌های چهارضلعی به نسبت‌های معین تقسیم شده است. ابوالوفا در بخش مجزای انتهایی باب نهم «در گشودن راه» آشکارا به کاربرد عملی این دست از مسائل هندسی در امور روزمره اشاره دارد. شاید توجه ویژه فرمانروایان آل‌بویه به بازسازی‌های شهری، ابوالوفا را بر آن داشته است تا برخی راه‌حل‌های هندسی را برای تقسیم زمین‌های شهری یا کشاورزی میان افراد، جهت مقاصد راه‌سازی، وراثت و یا تخصیص عادلانهٔ زمین پیشنهاد دهد. محتملاً وظیفهٔ ابوالوفا به عنوان دیوان‌سالار، اِعمال قوانین دقیق هندسی برای تقسیم زمین‌ها به منظور نیل به مقاصد فوق بوده است. این نظر را قولی از ابن‌خلدون نیز تأیید می‌کند. او مساحت را از فروع علم هندسه دانسته و یکی از کاربردهای آن را تقسیم محوطه‌ها و اراضی میان شرکا یا ورثه و مانند اینها یاد می‌کند (ابن خلدون،ج۲، ص۱۰۱۸). البته به نظر می‌رسد این دست از مسائل بیشتر به کار مسّاحان می‌آمده تا معماران و

---

۱. به طور مثال، برای راه حل تجربی ترسیم نه ضلعی منتظم توسط استاد محمود ماهرالنقش نک : آقایانی چاوشی، ص۶.

۲. هوخندایک(Hogendijk,1984) در مقاله‌ای به بررسی ساختارهای دقیق هفت ضلعی منتظم در هندسهٔ یونانی و عربی که در تعدادی از نسخه‌های اصلی منتشر نشدهٔ عربی محفوظ مانده، پرداخته است.

بنّایان. با این حال راستی آزمایی کاربرد این دست از مسائل در عمل نیازمند مطالعهٔ تطبیقی با شواهد تاریخی از جمله یافته‌های باستان‌شناسان و مطالعات مورخان هنر و معماری است.

باب دهم «در قسمت و تألیف مربعات» مشتمل بر مسائلی است که مورد توجه خاص پژوهشگران معاصر بوده است.[۱] ابوالوفا پس از اشاره به کاربرد وسیع مسائل باب‌های پیشین توسط اهل صناعت در بارهٔ این مسأله می‌گوید:

> اکنون در این باب قسمت کردن بعضی اشکال به اقسام، چنانچه اهل صناعت آن را استعمال کنند و آن را سؤال کنند، یاد خواهیم کرد. و آن بریدن مربع‌ها است به نوعی که از آن مربع‌هایی کوچک حاصل شود و پیوست مربع‌ها به یکدیگر چنانکه از همه یک مربع پیدا شود و از برای آن قاعده‌های کلی بنهیم که بدان رجوع نمایند. چه همه آنها که پیشه‌وران به کار می‌دارند بی اصل است و بر آن اعتمادی نیست و غلط بسیار واقع می‌شود در آن قسمت‌های ایشان. اما هرگاه که کار را بر قانون علمی کنند آسان گردد. (بوزجانی، ص۱۰۵).

این سخنان دربردارندهٔ دو نکتهٔ قابل تأمل آن روزگار است. نخست مراجعهٔ اصحاب صناعات به مهندسان و پرسش از آنان. و دیگر مبنای نادرست اعمال هندسی به‌کارگرفته شده توسط اصحاب صناعات (الصنّاع). در بارهٔ نکته اول، ابن خلدون یادآور می‌شود که:

> صناعت [درودگری] اساساً در تمام انواع آن به قسمت مهمی از دانش هندسه نیاز دارد. زیرا لازمهٔ بیرون آوردن صورت‌ها از مرحلهٔ قوّه به فعل، به روش استوار این است که به تناسب میان اندازه‌ها، خواه عمومی یا خصوصی آگاه باشیم و برای دریافتن تناسب اندازه‌ها ناچار باید به مهندس رجوع کرد» (ابن خلدون، ج۲، ص۸۱۴).[۲]

---

۱. اوزدورال (Özdural) معتقد است که صنعتگرانی که روش‌های خود را برای ساختن مربع‌ها توصیف کرده بودند احتمالاً یا از صنف نجاران بودند، به ویژه آنهایی که در منبّت‌کاری مهارت داشتند، یا کسانی بودند که با کاشی‌کاری سروکار داشتند، و با بریدن یک قطعه از مصالح و قرار دادن در قسمت‌هایی و چیدن اجزا در الگوها برای ساختن اشکال مختلف کار می‌کردند (۲۰۰۰، ص۱۷۲).

۲. ابن خلدون در جای دیگر می‌گوید: گاهی صنعتگران در مسائلی از هندسه تصرف می‌کنند، مانند هموار کردن دیوارها از لحاظ وزن [تراز] و تعیین ارتفاع سطح زمین برای جاری کردن آب و امثال اینها. و بنا بر این بنایان ناچار باید در این‌گونه مسائل هندسه بصیر باشند (ابن خلدون،ج۲، ص۸۱۱).

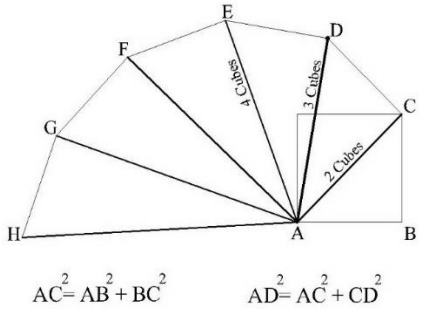
از این منظر مقصود ابوالوفا از نگارش کتاب، دستیابی آسان اهل صناعات به مبانی استوار هندسی و بی‌نیازی از رجوع به مهندسان است. در بارهٔ نکته دوم همان طور که در ادامه نشان خواهیم داد اشارهٔ ابوالوفا به مبانی نادرست هندسی صنعتگران از نظر استدلال هندسی محض درست، ولی از نظر کاربرد عملی هندسه یا تلفیق نظر و عمل چندان استوار نیست. زیرا این دقت نظر در روی کاغذ، باید قابلیت پیاده‌سازی در عمل را نیز داشته باشد.

مسألهٔ ترکیب سه مربع چالش برانگیزترین بخش اعمال هندسی میان پژوهشگران معاصر بوده است. در اینجا کوشش می‌کنیم این مسأله را از دریچهٔ نظری و کاربردی تحلیل کنیم. ابوالوفا به حضور خود در بعضی از مجالس[1] میان جماعتی از صنعتگران و مهندسان(هندسه‌دانان) اشاره می‌کند. او بر این باور است که اصحاب صناعات (سدهٔ چهارم) غالباً در هندسهٔ نظری سررشته ندارند. از این روست که با تحلیل راه‌حل‌های ایشان، نادرست بودن بعضی و عملی نبودن بعضی دیگر را نشان می‌دهد، و در نهایت راه حل خود (تصویر ۴) را ارائه می‌دهد. او در این خصوص می‌نویسد:

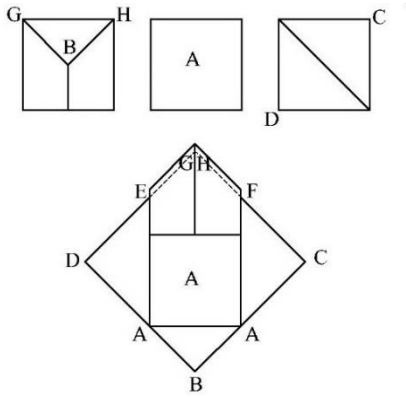
> در این باب که ترکیب[مربع] از عددی بود غیر مربع و غیر مؤلف از دو مربع جماعتی از مهندسان و اهل صناعت غلط بدان عمل کنند. [مهندسان به جهت آنکه در عمل ممارستی ندارند و هنروران و پیشه‌کاران به واسطهٔ آنکه در علم برهان بی‌یاده‌اند ... چه هنرمند را غرض آن است که او را عمل مسیر گردد و درستی آنچه مهندس تقریر کند به مشاهده و احساس باور دارد و او به براهین خطی قانع نمی‌شود]... من در مجلسی حاضر بودم [و آنجا جماعتی از هنرمندان و مهندسان بودند و از ایشان پرسیدند که سه مربع متساوی چگونه یک مربع بسازند]. آنان که سخن از هندسه می‌گفتند خطی به آسانی استخراج کردند که مربع آن خط مساوی هر سه مربع باشد. هیچ کس از صُنّاع آن را نپسندید و بدان قانع نشد چه ایشان را چنان می‌بایست که آن مربعات را قسمت کنند به اقسامی که چون با یکدیگر تألیف کنند مربعی حاصل آید. و کسانی که سخن از صناعت می‌گفتند چند وجه ایراد کردند که صحت بعضی از آن به برهان معلوم شد و فساد بعضی نیز به آسانی روشن گشت (بوزجانی، ص۱۱۴).

---

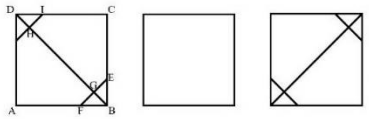
۱. حضرت فی بعض المجالس و فیه جماعة من الصنّاع و المهندسین (نسخهٔ عربی ایاصوفیا، برگ ۵۳).

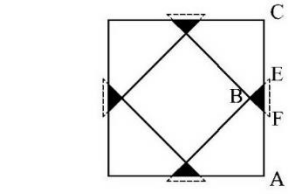


تصویر ۱، روش مهندسان برای یافتن ضلع مربع
(ترسیم از نگارندگان)

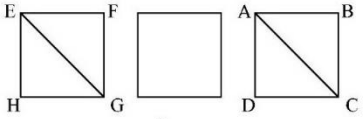


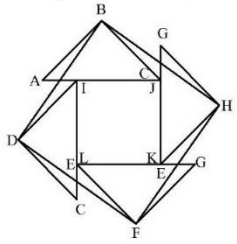
تصویر ۲، روش اول صنعتگران در ترکیب سه مربع
(ترسیم از نگارندگان)





تصویر ۳، روش دوم صنعتگران در ترکیب سه مربع
(ترسیم از نگارندگان)

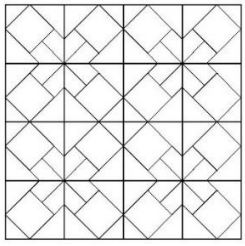




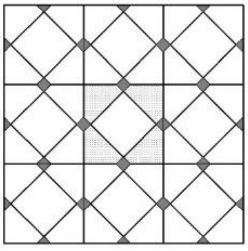
تصویر ۴، روش ابوالوفا در ترکیب سه مربع
(ترسیم از نگارندگان)

در گزارش بالا ابوالوفا مهندسان را به دست نداشتن در عمل و صنعتگران را به دست نداشتن در نظر متهم می‌کند. او دقیقاً به استوار نبودن راه حل‌های صنعتگران و نیز عدم رضایت و اقناع ایشان از روش مهندسان اشاره دارد. اما نکتهٔ پنهان این گزارش این است که ابوالوفا به ما نمی‌گوید که آیا صنعتگران هم روش او را پذیرفته و پسندیده‌اند یا نه. با نگاهی به روش ابوالوفا و استواری راه حل هندسی او، متأسفانه به نظر می‌رسد روش او در این فقره نیز چندان عملی و کاربردی نیست. زیرا این راه حل اگر چه به لحاظ علمی - البته در نظر - برتر از روش‌های صنعتگران است اما با دقت در روش او و مسائل و مشکلات مهمی چون برش و شکستن گوشه‌های تیز و اصطلاحاً در بنایی تیشه‌خور نبودن را در اجرا موجب می‌شود. در اینجا ظاهراً توجه بیشتر به

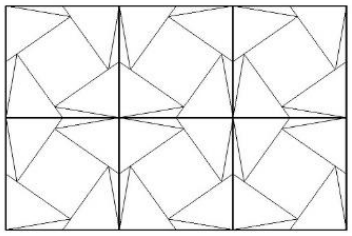
دقت هندسی مسأله است نه مسائل اجرا، گسترش مدولار طرح و ایجاد سطوح وسیع و یا حتی کاربرد تزیینی. اگر صنعتگران با ترکیب سه مربع می‌خواسته‌اند سطحی را بپوشانند یا ترکیبی از اشکال ایجاد کنند؛ قاعدتاً افزون بر مسألهٔ اجرای ساده و بهینه، به کیفیت بصری نقش ایجاد شده نیز اهمیت بسیار می‌داده‌اند. از این رو به نظر می‌رسد صنعتگران از روش ابوالوفا نیز به دلیل دشواری اجرا و عدم امکان گسترش مناسب طرح ناراضی بوده باشند. در صورتی که [گسترش] هر دو مربع ترکیبی صنعتگران، به‌رغم اندکی خطا و باقی ماندن قطعات کوچک اضافی، دست‌کم اجرای بهینه و مناسبی در قالب نقوش ساده دارد (تصاویر ۵ و۶).بنا بر این ملاحظات به نظر می‌رسد که ابوالوفا نه تنها به ائتلاف مصالح در این روش توجه نداشته است، بلکه آن را گسترش نداده تا دریابد که حاصل کار با الگوهای هندسی رایج معماری آن روزگار نیز سازگار نیست (تصویر ۷)[1]



تصویر ۵، گسترش روش اول صنعتگران در ترکیب سه مربع (ترسیم از نگارندگان)



تصویر ۶، گسترش روش دوم صنعتگران در ترکیب سه مربع(ترسیم از نگارندگان)



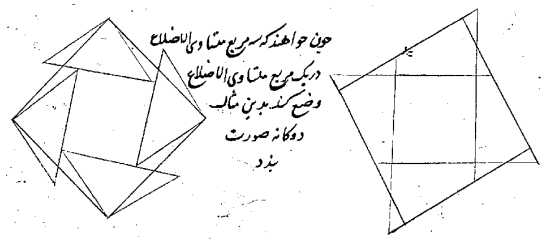
تصویر ۷، گسترش روش ابوالوفا (ترسیم از نگارندگان)

مسألهٔ ترکیب سه مربع در حاشیهٔ پایانی رساله‌ای با عنوان الأعمال ابی بکر الخلیل التاجر الرصدی از مجموعه رسایل پاریس نیز آمده است (تصویر ۸). در آنجا برای ترکیب سه مربع افزون بر راه حل ابوالوفا (تصویر ۸الف)، راه حل دیگری(تصویر ۸ب) نیز آمده است. به نظر می‌رسد آمدن این مسأله در اینجا که هیچ ارتباطی با موضوع رساله (در ارتفاع مرتفعات) ندارد، توسط فرد دیگری باشد. همچنین در رسالهٔ تداخل اشکال متشابهه و متوافقه از رسایل پاریس، مسألهٔ تبدیل یک مستطیل به

---

۱. اوزدورال نیز به‌رغم آنکه بیشتر اثر ابوالوفا را برای مقاصد تزیینی می‌بیند و به کاربرد دیگر فصول کتاب توجه ندارد، معتقد است که راه حل ابوالوفا کیفیت‌های تزیینی مانند ساختارهای قبلی را که یک مربع معادل پنج مربع بود، ندارد (۲۰۰۰، ص۱۸۲).

مربعی هم‌ارز طرح شده است (رسایل پاریس، برگ ۱۸۲v). اوزدورال (۲۰۰۰، صص۱۸۶-۱۸۸) پیش از این با مقایسهٔ این دو به تشابه راه حل بدون استدلال در حاشیهٔ رسالهٔ الأعمال ابی بکر(تصویر ۸ب) و راه حل مسألهٔ «مربع هم‌ارز مستطیل مفروض» (تصویر ۹) اشاره کرده بود. او از راه حل تبدیل مستطیل به مربعی هم‌ارز، با قرار دادن مستطیلی به ابعاد ۳ به ۱ ، یعنی سه مربع در کنار هم، مربعی از ترکیب سه مربع به دست آورده است(همان، ص۱۸۶، تصویر ۹ب).



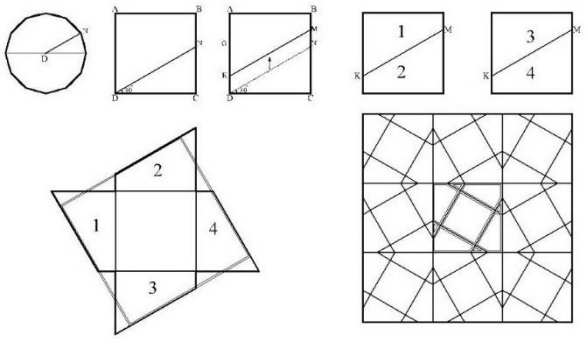
الف

تصویر ۸، (بالا) دو راه حل در ترکیب سه مربع(رسایل پاریس، برگ ۱۳۶v)

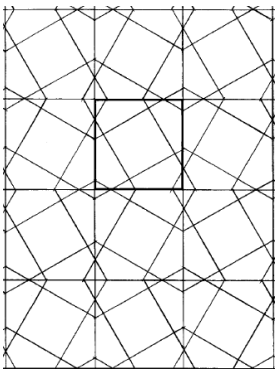
ب

تصویر ۹، (دست راست) تبدیل یک مستطیل به مربعی هم‌ارز (اوزدورال، ۲۰۰۰، ص۱۸۶).

اگر چه توجه اوزدورال به تشابه این دو مسأله جالب توجه است، ولی به نظر می‌رسد او این مسأله را اندکی پیچیده و شلوغ کرده است. اگر نگاهی به تصویر ۹ الف بیندازیم، کافیست دو مربع را تنها با خطی مورب همانند این مسأله قطع نموده و قطعات ایجاد شده را حول مربع سوم قرار دهیم (تصویر ۱۰). البته شیوهٔ به دست آوردن این راه حل (تصویر ۸ب) در رساله نیامده است و ما تلاش کرده‌ایم راه حل بدون توضیح رسالهٔ الأعمال ابی بکر را که به‌رغم شباهت با مسأله «تبدیل یک مستطیل به مربعی هم‌ارز»، ساده‌تر از آن است، ارائه دهیم (تصویر ۱۰). همان طور که می‌بینیم این روش و نقش به دست آمده، افزون بر دقت بالای هندسی و گسترش به مراتب بهتر از راه حل ابوالوفا، دارای کیفیت گسترش ساده‌تر و با قطعات کمتری نیز نسبت به گسترش اوزدورال (تصویر ۱۱) از مسألهٔ «مربع هم‌ارز مستطیل مفروض» است.



تصویر ۱۰، روش ترسیم: مربع **ABCD** مفروض است. کافی است خط **DN** را با زاویه ۳۰ درجه، با گونیا و یا ترسیم یک دوازده ضلعی منتظم (محاط در دایره) و ترسیم شعاع **DN** به‌دست آوریم. سپس پاره خط **BN** را در نقطه **M** نصف می‌کنیم. و پاره خط **KM** را موازی **DN** ترسیم می‌کنیم (**KD=BM**). سپس قطعات ۱-۴ را حول مربع سوم قرار می‌دهیم. (طرح و ترسیم از نگارندگان).

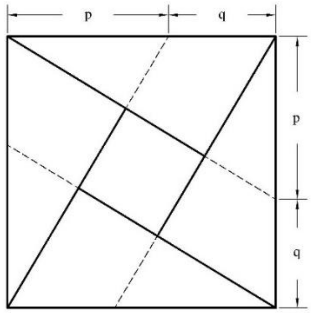


تصویر۱۱، (اوزدورال، ۲۰۰۰، ص۱۸۸)

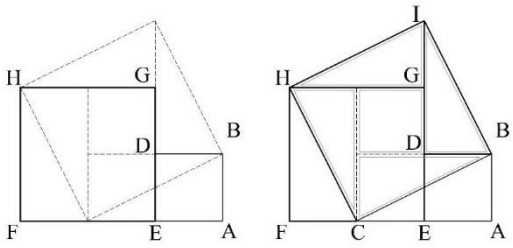
ابوالوفا در مسألهٔ پایانی این باب با تجزیهٔ مربعی به دو مربع که ضلع یکی از آنها معلوم است، به نقشی دست می‌یابد که در معماری «چلیپا» نامیده می‌شود (تصویر ۱۲). پرسش قابل طرح این است که آیا این طرح تزئینی آن گونه که برخی پنداشته‌اند از ابتکارات ابوالوفا برای تجزیهٔ یک مربع بوده و یا پیش از او نیز در صناعات به کار می‌رفته است؟ اوزدورال یادآور می‌شود که برخی بر این باورند که ابوالوفا این روش را از ریاضی‌دانان هندی وام گرفته است و آن را راهی برای اثبات قضیهٔ فیثاغورث می‌داند (۱۹۹۵، ص۵۶). برخلاف نظر اوزدورال، اولاً ابوالوفا همانند سراسر کتاب قصد و نیازی به اثبات قضیهٔ فیثاغورث به صنعتگران نداشته است. ثانیاً با فرض عدم وجود نمونه‌هایی از این نقش در آثار معماری پیش از ابوالوفا، به نظر می‌رسد ساختار درونی مسأله منجر به شکل‌گیری این نقش شده است. ابوالوفا تنها مسأله‌ای را - نه به قصد خلق شکل تزیینی - حل کرده است، زیرا پیش از ابوالوفا، ثابت بن قرّه نیز در اثبات قضیهٔ فیثاغورث از ترکیب دو مربع به مربعی هم‌ارز، به همین نقش رسیده بود (تصویر ۱۳).

روزنفلد خاطرنشان می‌کند که ثابت در فی الحجة المنسوبة الی سقراط فی المربع و قطره سه اثبات جدید برای قضیهٔ فیثاغورث عرضه کرده است. در اثبات اول از مربعی که بر روی وتر مثلث قائم الزاویه ABC ساخته شده است دو مثلث مساوی با مثلث

مفروض را که بر روی دو ضلع مربع بنا می‌شوند برمی‌داریم و به دو ضلع دیگر مربع اضافه می‌کنیم و شکلی که بدین ترتیب به‌دست می‌آید عبارت است از مربع‌هایی که بر روی ساق‌های مثلث قائم الزاویه ساخته شده باشد (گیلیسپی، ص۳۳۵). مربع BCHI درواقع عبارت است از مجموع مربع‌های ABDE و EFHG که بر ساق‌های مثلث ABC بنا شده است (راشد،[1] ج۲، ص۴۵۶).



تصویر ۱۲، تجزیهٔ مربع معلوم به مجموع مربع دو عدد نامتساوی توسط ابوالوفا (ترسیم از نگارندگان)



تصویر ۱۳، روش ثابت بن قره در اثبات قضیهٔ فیثاغورس، ساختن مربعی از دو مربع که ضلع هر یک ساق‌های کوچک مثلث قائم الزاویه است، و مربع حاصل قطر مثلث است. (ترسیم از نگارندگان)

چنانکه می‌بینیم هدف ثابت بن قرّه ارائهٔ اثباتی برای قضیه فیثاغورس است، نه تجزیه و ترکیب مربع‌ها و یا حتی ارائهٔ نقشی تزیینی چون چلیپا. از این رو به نظر می‌رسد این مسأله و نقش ایجاد شده در آن از جمله مسائلی است که نشان می‌دهد چلیپا پیش از ابوالوفا از دیگر آثار هندسی ریاضی‌دانان قابل دست‌یابی بوده و نمی‌توان آن را به ابوالوفا نسبت داد. البته این سخن بدان معنی هم نیست که نقش چلیپا را ریاضی‌دانان ابداع کرده‌اند. بنا بر این ملاحظات انتساب جنبه‌های تزیینی و زیباشناختی به کتاب اعمال هندسی فاقد مبانی استوار است. چراکه اساساً به شهادت متن کتاب،این امور دغدغه و مسألهٔ ابوالوفا و همتایانش در پرداختن به این دست از موضوعات نبوده است. بنا بر این باب دهم اعمال هندسی برخلاف آنچه تصور کرده‌اند و آن گونه که از متن کتاب برمی‌آید، درصدد ایجاد و خلق نقوش تزیینی نیست. بلکه صرفاً حل مسائل عملی است که اصحاب صناعات با آن روبرو بوده‌اند. از این رو اعمال هندسی را می‌بایست از منظری کاملاً علمی در جهت حل دقیق و

1. Rashed

برهانی مسائل متداول اصحاب معماری و به ویژه در ارتباط واقعی با فرایند شکل‌گیری آثار معماری و صناعات وابسته مورد مطالعه قرار داد.

میراث علمی ابوالوفا در ریاضیاتِ معماری

ابوالوفا در دانش ریاضیاتِ معماری دو میراث از خود بر جای نهاد. نخست اعمال هندسی که به دلیل ناچیز بودن مدارک برجای مانده دربارهٔ صناعات معماری قرون نخستین اسلامی، آن را گوهر نایاب در زمان ما نمایانده است. در نتیجه برخی پژوهشگران این یگانه شاهد را سندی معتبر برای اظهارنظر در خصوص اصناف و صناعات معماری آن دوران انگاشته‌اند.

در میان ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی، ابوالوفا شاید تنها کسی بود که به دلایلی چون موقعیت سیاسی، اجتماعی و حرفه‌ای در زمانه‌ای که نیاز به توسعهٔ معماری بسیار احساس می‌شد توانست تا حدودی در مسائل ریاضی این اصناف وارد شود. تأکید ما بر محدود بودن ورود او مبتنی بر عدم اطلاع او از برخی روش‌های طراحی هندسی اصحاب صناعات است. البته این ورود بدان جهت نیز بوده که بنیان‌های علوم نوین ریاضی در دست‌اندرکاران اصناف معماری آن روزگار هنوز در مراحل ابتدایی بود. این نظر را تا حدودی شواهد برجای مانده از آثار معماری و تزیینات تا سدهٔ چهارم هجری نیز تأیید می‌کند. تا آنجا که می‌دانیم در آثار معماری پیش از سدهٔ چهارم اشکال هندسی ساده‌ای به کار می‌رفته‌اند در صورتی که بخش قابل توجهی از توسعهٔ هندسی در تزییناتی چون نقوش هندسی گره از سدهٔ پنجم هجری به بعد است (نجیب اوغلو، ص۱۴۴).

به نظر می‌رسد اظهارات ابوالوفا مبنی بر دست نداشتن صنعتگران در هندسهٔ نظری چندان پذیرفتنی نیست. زیرا با توجه به سابقهٔ معماری و ریاضیات پیش از ابوالوفا، به یقین اصحاب صناعات از حداقل دانش هندسی مورد نیاز خود بی‌بهره نبودند. از سویی ابوالوفا و اصحاب صناعات دو دیدگاه کاملاً متفاوت به ریاضیات داشته‌اند: ابوالوفا مسائل را بیشتر از زاویهٔ علمی و برهانی می‌نگریست درصورتی که مخاطبان او مسائل علمی و اجرایی را در کنار هم در نظر می‌گرفتند. برای همین دو راه حلی که صنعتگران برای ترکیب سه مربع داده‌اند، به‌رغم اندکی خطا که در اجرا قابل اصلاح است، افزون بر نقش کاربردی، حاکی از قدرت خلاقیت و همراهی نظر و عمل آنان

است. این مسأله نشان می‌دهد که نباید نقش قدرتمند و منسجم تشکیلات اصناف در آموزش درونی از استاد به شاگرد را از یاد برد.[۱]

لازم به یادآوری است که ترسیمات و آثار برجای مانده از اصحاب معماری نشان دهندهٔ میزان بالای علم هندسه نیست. بلکه غالب هندسهٔ به‌کار رفته در آنها مبتنی بر مبانی ساده‌ای است که ابوالوفا در کتاب خود بر آنها تصریح داشته است. ولی آنچه در این آثار وجود دارد، نوعی شهود هندسی به ویژه در ترکیب احجام فضایی است که از نقوش پایه و سادهٔ هندسی، طرح‌ها و صورتگری‌های متنوع و پیچیده‌ای خلق شده است. به عبارت دیگر اگر اصحاب معماری متکی بر آموزش‌ها و یا کتاب ابوالوفا بوده‌اند، چگونه می‌توان این ترکیب‌های متنوع حجمی را توضیح داد. ممکن است همچون اوزدورال ادعا کنیم که مهندسان [هندسه‌دانان] به ایشان آموزش می‌دادند (۲۰۰۰، ص۱۷۱). این نظر هم به دلیل تشکیلات سرّی پیشه‌وری، ارتباط ضعیف ایشان با ریاضی‌دانان و کم اطلاعی کسی چون ابوالوفا از روش‌های طراحی ایشان قابل پذیرش نیست. در هرحال شواهد تاریخی تا به امروز نشان می‌دهند که اصحاب معماری غالباً از برخی روش‌های هندسی ابوالوفا به دلیل در اختیار داشتن روش‌های عملی و به ویژه ساده‌تر استفاده نکرده‌اند. از این رو نظراتی مبنی بر اینکه بررسی دقیق نسخ خطی و مدارک قدیمی مانند اعمال هندسی، ما را به فهم طریقهٔ اصلی تاریخ علم طراحی در جهان اسلام نزدیک می‌کند (چرباچی،[۲] ص۷۶۶)، چندان استوار نیستند.

بنابر ملاحظات پیشین از آنجا که فرایند طراحی هندسی در معماری مبتنی بر ساختارهای ساده و پیچیدهٔ هندسهٔ مسطحه و فضایی است. ابوالوفا به درستی نیاز این صناعات را مبانی دقیق اعمال هندسی بالأخص هندسه مسطحه تشخیص داد. او با گردآوری و تدقیق ترسیمات هندسی مورد استفاده اصحاب صناعات، تلاش کرد مبنایی علمی و عملی در هندسه پی‌ریزی کند. هرچند کتاب هندسهٔ او محتملاً در جماعتی از اصناف معماری تا حدودی گسترش یافت. اما برخلاف آنچه بعضاً پنداشته می‌شود نقش قابل توجهی در برخی روش‌های مرسوم و اجرایی این اصناف نداشته است. این اظهارنظر مبتنی بر روش‌های متفاوت اصحاب معماری با روش‌های ابوالوفا، حتی تا به امروز است. به‌طور خلاصه روش ترسیم خطی عمود بر یک

---

۱. البته تنها رسالهٔ فی تداخل اشکال المتشابهه و المتوافقه در مجموعهٔ رسایل پاریس از این قاعده مستثنی است. این رساله را نیز به هیچ روی نباید متنی از یک ریاضی‌دان یا از جملهٔ متون ریاضیات دورهٔ اسلامی برشمرد.

2. Chorbachi

صفحه، ترسیم چندضلعی‌ها بر اساس یک ضلع معلوم، روش نه چندان جالب ترکیب سه مربع توسط ابوالوفا و در نهایت باب سیزدهم (تقسیم سطح کره) از جملهٔ مواردی است که با روش‌های هندسی اصحاب معماری در عمل هم‌خوانی چندانی نداشته و معماران تا به امروز هم‌چنان از طریقه‌های اختصاصی خود استفاده کرده‌اند. در همین فقرهٔ آخر معماران برای تقسیم سطح احجام کره‌گون از تقسیم نصف‌النهاری [ناو] گنبد و اجرای الگوی نقوش بر روی یک قاچ الگو و پیاده‌سازی و نصب کاشی و تزیینات بر روی گنبد (که غالباً کروی یا بخشی از کره نیستند) استفاده می‌کردند.

نکتهٔ مهم قابل طرح اینکه طرح‌های هندسی در آثار معماری نشان می‌دهند که اصحاب معماری به ویژه پس از سدهٔ چهارم بیش از آنکه به علم هندسه - غالباً مسطحه - اعمال هندسی متّکی باشند، درگیر ترکیب اشکال و احجام فضایی در ترکیب سقف‌ها و تزیینات سه بعدی مانند مقرنس بودند. بدین ترتیب به نظر می‌رسد بیشترین نقش ابوالوفا را باید تدقیق برخی روش‌های مرسوم و بیشتر از آن گردآوری و تدوین مبادی پایهٔ علم هندسه مسطحه به شمار آورد. بلوم[1] (ص۲۱) نیز البته از منظر تاریخی یادآور می‌شود که صنعتگر سده ۴ق/۱۰م نه با خواندن دستورالعمل‌های کتاب ابوالوفا که با پیروی از آموزه‌های استادش هندسه را می‌آموخت.

بنابر ملاحظات پیشین به نظر می‌رسد میراث مهم ابوالوفا در صناعات معماری را باید در میان همتایان محاسب و دبیرش جستجو کرد. می‌دانیم که آن بخش از کاربرد ریاضیات در فرایند ساخت ابنیه و شرح نقش مسّاحان، دبیران و کارگزاران امور ساختمانی در فرایند ساخت ابنیه، ذیل برخی متون حساب آمده است (طاهری، ص۴۹).

میراث دیگر، کتاب حساب عملی او یعنی فی ما یحتاج الیه الکتّاب و العمّال و غیرهم من علم الحساب[2] است که سنجش سهم ابوالوفا در ریاضیات معماری بدون نیم‌نگاهی به آن ممکن نیست. هرچند پژوهشگران محتوای این کتاب را بررسی

1. Bloom

۲. این کتاب که بین سال‌های ۳۵۰-۳۶۶ق/۹۶۱-۹۷۶م نوشته شده، تاکنون به هیچ یک از زبان‌های لاتینی و فارسی ترجمه نشده است. احمد سلیم سعیدان نسخهٔ عربی تصحیح شدهٔ این کتاب را به همراه بخشی از کتاب الکافی فی الحساب کرجی تحت عنوان تاریخ علم الحساب عربی در سال ۱۹۷۱ به چاپ رسانده است.

کرده‌اند.[۱] اما به‌رغم اهمیت این کتاب در سیر تاریخی حساب ابنیه و عمارات، چندان که باید در قیاس با مفتاح الحساب جمشید کاشانی مورد اهتمام نبوده است.

هر چند پیش از ابوالوفا کسانی چون کندی (۱۸۵-۲۶۰ق) در رسالهٔ نایافتهٔ او کتاب رسالته فی مساحه إیوانا[۲] (ابن ندیم، ج۳، ص۱۸۸)، خوارزمی در جبر و مقابله و دیگران اشاراتی به کاربرد علوم حسابی در مسّاحی و فرایند ساخت ابنیه داشته‌اند، اما به نظر می‌رسد ابوالوفا در قیاس با ایشان به طور منسجم‌تری به کاربرد این علوم برای مقاصد دبیران و حسابداران امور ساختمانی پرداخته است. او بر خلاف پیشینیان تنها به امور مسّاحی اکتفا نکرده و مسائل دیگری از فعالیت دبیران ساختمانی را مدوّن ساخته است. در واقع ابوالوفا تلاش می‌کند فعالیت‌های محاسباتی از جمله مسّاحی، نقشه‌برداری، متره و برآورد ساختمانی و حسابداری و امور مالی در فرایند ساخت را میان دست‌اندرکاران این امور مورد تدقیق و تدوین قرار دهد. این فعالیت‌ها به‌روشنی در رئوس منازل سوم و هفتم کتاب دیده می‌شوند (نک : سعیدان، ۱۹۷۱).

منزل سوم کتاب حساب ابوالوفا که به واحدها و اندازه‌گیری مساحت اشکال مسطح، احجام فضایی، و اندازه‌گیری فواصل و ارتفاع‌ها می‌پردازد در قیاس با آثار پیشین بحث مبسوطی از مقدمات کار مسّاحان و دبیران است. در باب هفتم از منزل هفتم ابوالوفا راهکارهایی برای اندازه‌گیری عرض نهرها، تعیین مسافت و یا ارتفاع اشیای غیر قابل دسترس، به کمک تخته‌ای مدّرج و چشمیِ متحرک ارائه می‌دهد (سعیدان، ص۲۷۰). تعیین عرض و تقسیم‌بندی نهرها برای بستن یا ساختن سد، سربند و پل، و نیز برای مقاصد مختلفی چون کشاورزی، انتقال و تقسیم آب از رودخانه به نهرها و حتی برای مقاصد نظامی در بغداد آل بویه حایز اهمیت بسیار بوده است. گزارش‌هایی در تجارب الامم در مورد ساخت مواردی از سد و پل در این دوران، این قول را تأیید می‌کند (ابن مسکویه، صص ۳۵۸ و ۴۰۴). هم‌چنین باب‌های سوم تا ششم از منزل هفتم به مسائل عملی حسابداری در ساخت ابنیه

---

۱. ووپکه در ۱۸۵۵م فهرست منازل و باب‌های کتاب را بر اساس نسخهٔ دانشگاه لیدن (شمارهٔ ۹۹۳) به فرانسه ترجمه کرده است و دیوید کینگ در مقاله‌ای به بررسی و نقد محتوای متن عربی این کتاب پرداخته است (۱۹۷۳). سعیدان نیز در مقاله‌ای (۱۹۷۴) محتوای منازل این اثر را معرفی و توصیف کرده است.

۲. در شرحی که دانیل باربارو (Daniele Barbaro) در قرن ۱۰ق/۱۶م بر کتاب ویترویوس نوشته، از این رساله به کتابی مختص تناسبات هندسی و حسابی و موزون که در محاسبه ارتفاع و مساحت تالارهای طاق‌دار به کار می‌رود یاد شده است (نجیب‌اوغلو، ص۲۱۴).

اختصاص دارد[۱]. این امور که تا پیش از این مورد توجه نظام‌مند قرار نگرفته بود، به محاسبه و برآورد دستمزد آجرچینی، دستمزد حفر و تقسیم‌بندی نهرها و چاه‌ها می‌پردازد. بدین ترتیب برتری این اثر نسبت به آثار پیشین در ارائه دامنهٔ گسترده‌تری از علم حساب در جهت مقاصد توسعه‌های شهری و ساخت ابنیه در سدهٔ ۴ق/۱۰م است. به عبارتی دیگر، ابوالوفا بر تدوین مقدمات جامع و ساده از کاربرد علوم حسابی زمان خود در معماری و تصحیح روش مخاطبان خود در این مسائل همت گماشته است. این مباحث در آن زمان زمینه‌ای را فراهم آورد که به‌رغم عدم اقبال غالب ریاضی‌دانان به حساب ابنیه، مقدمات نظری حساب ابنیه و عمارات تدوین و بنیان نهاده شود.

نتیجه‌گیری

با وجود ملاحظات پیشین، سخن گفتن استوار از میراث و سهم واقعی ابوالوفا در کاربرد ریاضیات و به ویژه هندسه در معماری راه درازی در پیش دارد. زیرا آگاهی ما از میراث صناعات معماری قرون نخستین اسلامی تا زمان ابوالوفا و سازوکار فعالیت‌های عملی اصناف معماری تا به امروز ناچیز است. ضمن اینکه متون تاریخی و ریاضی که به گونه‌ای مستقیم و غیر مستقیم می‌تواند به کار شناخت این اصناف بیاید، می‌بایست در منظومه‌ای پیوسته مطالعه شوند. اما آنچه از اعمال هندسی برمی‌آید آن است که ابوالوفا خود به عملی نبودن برخی راه حل‌های پیشنهادی‌اش و یا عدم استفادهٔ صنعتگران از آنها تا حدودی واقف بوده است. بنا بر این با بررسی تطبیقی اعمال هندسی و روش‌های اصحاب معماری می‌توان استدلال کرد که این کتاب برخلاف آنچه شماری از پژوهشگران معاصر پنداشته‌اند اهمیت چندانی در روش‌های هندسی مرسوم اصحاب معماری نداشته است. این موضوع گسترش و استفادهٔ معماران و صنعتگران از این کتاب را با تردید مواجه می‌سازد؛ هرچند نمی‌توان در نقش این کتاب در تدقیق و پیشنهاد روش‌های جدید میان جماعتی از اصحاب معماری تردید کرد. در مقابل کتاب حساب ابوالوفا در سیر تاریخی علم حساب ابنیه نقطهٔ عطفی است که دانش ریاضیات معماری را برای دبیران و ناظران امور مالیهٔ ساختمانی دست‌کم تا پیش از جمشید کاشانی تدوین نموده است.

---

۱. کان در مقاله‌ای درباب مسائل مالی و مالیات عراق در دورهٔ آل بویه، برخی مسائل کتاب ابوالوفا (منازل چهارم تا هفتم) را بر اساس نسخهٔ کتابخانهٔ لیدن بررسی کرده است (۱۹۵۲). اِرِن کرویتز نیز در مقاله‌ای هم‌چون مقالهٔ پیشین، ابعاد اقتصادی، مسائل مالی و سیستم مقیاس‌های به‌کار رفته در عملیات مالی مربوط به مالیات و پرداخت هزینه‌ها را توسط ابوالوفا مطالعه کره است (۱۹۶۲).

با استناد به آثار معماری، ریاضیات در این اصناف مسیری رو به رشد را طی می‌کرد که ابوالوفا در برهه‌ای از این مسیر، غالب روش‌های مرسوم دست‌اندرکاران معماری در هندسهٔ مسطحه را گردآوری و مبنایی علمی بخشید. هرچند ایشان از همهٔ این تلاش استفاده نکردند. اما فضای عقلانی حاکم بر جامعه و نیاز این اصناف به توسعه و تجهیز به علوم روز در عین ارتباط ایشان با پیشه‌وران دیگر سرزمین‌های اسلامی، و البته تلاش ابوالوفا، همگی راه‌های توسعهٔ خلّاقانهٔ هندسی را در سده‌های پنجم به بعد در معماری هموار کردند.[۱] بنا بر این میراث هندسی ابوالوفا میان اصحاب صناعات معماری را می‌توان در رئوس زیر خلاصه کرد:

- تلاش در عمومی ساختن علم هندسه عملی که تا آن هنگام بیشتر مختص جماعتی از صنعتگران ماهر بود.
- تدقیق روش‌های مرسوم هندسی و پیشنهاد روش‌های جدید. هرچند بسیاری از این روش‌ها به دلیل دشواری اجرا یا عدم انطباق با مسیر طراحی هندسی صناعات معماری مورد استفاده قرار نگرفت.
- ابوالوفا روش‌هایی را به کار گرفت که به‌رغم عملی نبودن یا عدم استفاده توسط اصحاب صناعات، می‌توانست زوایای دیگری از حل مسائل هندسی را به ایشان بنمایاند.

تقدیر و تشکر: لازم است مراتب قدردانی و سپاس خویش را از دکتر یونس کرامتی در مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی و دکتر احمد دانائی‌نیا در دانشگاه کاشان برای تذکرات ارزشمندشان در بارهٔ این مقاله ابراز داریم.

۱. به نظر می‌رسد اطلاق واژهٔ مهندس یا مهندسان معمار به بنّایان توسط مورخان از سدهٔ پنجم به بعد، ناظر بر همین پیشرفت‌های هندسی در آثار این دوران است.

منابع

آقایانی چاوشی، جعفر، «مقایسهٔ روش‌های بوزجانی و بیرونی در ترسیم نه ضلعی منتظم»، فصلنامهٔ آینه میراث، سال چهارم، شمارهٔ چهارم، زمستان ۱۳۸۵ش، صص ۵-۲۳.

ابن خلدون،عبدالرحمان بن محمد، مقدمهٔ ابن خلدون، ترجمهٔ محمد پروین گنابادی، تهران، انتشارات علمی و فرهنگی، ۱۳۸۲ش.

ابن مسکویه رازی، ابوعلی، تجارب الأُمَم، ج۶، ترجمهٔ علینقی منزوی، تهران، توس، ۱۳۷۶ش.

ابن ندیم، محمد بن اسحق. الفهرست للندیم. ۴ مجلدات. قابله علی اصوله وعلق علیه وقدم له ایمن فؤاد سیّد، لندن، مؤسسه الفرقان للتراث الاسلامی، ۱۴۳۰ق/۲۰۰۹م.

بوزجانی، ابوالوفا محمد بن محمد، کتاب النجاره (در هندسهٔ عملی)، ترجمهٔ فارسی از مترجمی ناشناخته، تحقیق و تصحیح همراه با ترجمهٔ متن اثر به فرانسه جعفر آقایانی چاوشی، تهران، میراث مکتوب، انجمن ایرانشناسی فرانسه در ایران، ۱۳۸۹ش.

خان محمدی، علی اکبر، «فتوّت نامه بنّایان»، صفهّ، سال دوم، شمارهٔ پنجم، بهار ۱۳۷۱ش، صص ۱۰-۱۵.

رسایل پاریس. مجموعهٔ ۲۵ رسالهٔ فارسی در ریاضیات عملی. پاریس: کتابخانهٔ ملی، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۱۶۹.

سجادی، صادق، «آل بویه»، دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، تهران، جلد ۱، ۱۳۷۴ش، صص ۶۳۰-۶۴۶.

سعیدان، احمد سلیم، تاریخ علم الحساب العربی (الجزء الأول: حساب الید، تحقیق لکتاب المنازل السّبع لابی الوفاء البوزجانی)، عَمان، الجامعة الأردنیة، ۱۹۷۱م.

سعید، عصام و پارمان، عایشه. نقشهای هندسی در هنر اسلامی. ترجمهٔ مسعود رجب‌نیا. تهران، سروش، ۱۳۶۳ش.

شیخلی، صباح ابراهیم سعید، اصناف در عصر عباسی، ترجمهٔ هادی عالم زاده، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۲ش.

طاهری، جعفر، «نقش ریاضی‌دانان در معماری به روایت متون دورهٔ اسلامی»، تاریخ علم، دورهٔ ۹، شماره ۱۰، پاییز ۱۳۹۱ش، صص ۳۹-۶۵.

فارابی، محمد بن محمد، احصاء العلوم، حققه و قدم له و علق علیه عثمان امین، مصر، دارالفکر العربی، الطبعة الثانیه، ۱۹۴۹م.

قربانی، ابولقاسم. شیخان، محمدعلی، بوزجانی نامه، تهران، انتشارات و آموزش انقلاب اسلامی، ۱۳۷۱ش.

کرامتی، یونس، «ابواسحاق کوبنانی»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، جلد ۵، تهران، ۱۳۷۲ش، صص ۱۷۳-۱۷۵.

ـــــــ، «بوزجانی»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، جلد ۱۲، تهران، ۱۳۸۳، صص ۷۲۷-۷۳۷.
کرمر، جوئل. ل، احیای فرهنگی در عهد آل بویه: انسان‌گرایی در عصر رنسانس اسلامی، ترجمهٔ محمد سعید حنایی کاشانی، تهران، مرکز نشر دانشگاهی ، ۱۳۷۵ش.
گیلیسپی، چارلز کولستون، زندگی‌نامهٔ علمی دانشمندان اسلامی، ترجمهٔ احمد آرام، احمدبیرشک،...، بهاءالدین خرمشاهی، کامران فانی، ویراستار حسین معصومی همدانی، ج۱، تهران : شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، ۱۳۸۴ش.
ماهرالنقش، محمود، کاشی و کاربرد آن، تهران، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت)، ۱۳۸۱ش.
مِتس، آدم، تمدن اسلامی در قرن چهارم هجری (رنسانس اسلامی)، ۲ جلد، ترجمهٔ علیرضا ذکاوتی قراگزلو، تهران، امیرکبیر، ۱۳۶۲ش.
مقدسی، ابوعبدالله محمدبن احمد، احسن التقاسیم فی معرفة الأقالیم، ۲ جلد، ترجمهٔ علینقی منزوی، تهران، شرکت مؤلفان و مترجمان ایران، ۱۳۶۱ش.
نجیب اوغلو، گلرو، هندسه و تزئین در معماری اسلامی، ترجمهٔ مهرداد قیومی بیدهندی، تهران، روزنه، ۱۳۷۹ش.

Bloom .Jonathan M., *On the Transmission of Designs in Early Islamic Architecture*, Muqarnas, Vol. 10, Essays in Honor of Oleg Grabar. (1993), pp. 21-28.
Cahen, Claude, *Quelques problĕmes économiques et fiscaux de l'Iraq Buyide* (A few economic and tax of the Iraq Buyid problemes),in Les peoples musulmans, 1952, pp. 367-403
Chorbachi, Wasma'a. K. (1989) *In the tower of Babel: Beyond symmetry in Islamic design*, Computers and Mathematics with Applications, 17, 751-789.
Ehrenkreutz .A. S, *The Kurr System in Medieval Iraq*, Journal of the Economic and Social History of the Orient, Vol. 5, No. 3 (Dec., 1962), pp. 309-314
Hogendijk .Jan P., *Greek and Arabic Constructions of the Regular Heptagon*. Archive for History of Exact Sciences 30 (1984), pp. 197-330.- and in *The enterprise of science in Islam* edited by J. P. Hogendijk, A. I. Sabra, pp. 177-
King. David. A, *A review of Ahmed Saidan, Arabic Arithmetic: The Arithmetic of Abû al-Wafâ' al-Bûzajânî* [in Arabic], Amman, n.d. [1971], in *ISIS* 64 (1973), pp. 123-125.
Özdural, Alpay, *Mathematics and Arts: Connections between Theory and Practice in the Medieval Islamic World*, Historia Mathematica ,Volume 27, Issue 2, May 2000, Pages 171-201
Özdural, Alpay, (1995) *Omar Khayyam, mathematicians, and conversazioni with artisans*, Journal of the Society of Architectural Historians, 54, 54-71. [Appendix, pp. 67-68].

Rashed, Roshdi, ed., *Encyclopaedia of the History of Arabic Sciences*. London: Routledge, 3 vols, 1996.

Saidan. Ahmad. S, *The arithmetic of Abu'l-Wafa'*, Isis, vol. 65 (1974), 367-374.

Woepcke, Francois (1855), *Analyse et extrait d'un recueil de constructions g´eom´etriques par Abo^ul Wafa'* [Analysis and extracts of a book of geometrical constructions by Abu'l-Wafa', *Journal asiatique, 5th ser.*, 5, 218–256, 309–359;