

تاریخ علم، دوره ۱۱، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۲، ص ۲۰۷-۲۴۲

## نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ دست‌نویس ۳۴۴۷ کتابخانه ملی تبریز

یونس کرامتی

استادیار، عضو هیأت علمی پژوهشکده تاریخ علم دانشگاه تهران

ykaramati@ut.ac.ir

(دریافت: ۱۳۹۴/۰۶/۱۰، پذیرش: ۱۳۹۵/۰۱/۱۹)

### چکیده

دست‌نویس شماره ۳۴۴۷ کتابخانه ملی تبریز، دربردارنده اثری فارسی در حساب، هندسه، جبر و نیز مطالبی پراکنده در هیئت و ابعاد و اجرام است که نگارش آن در ۶۷۰ قمری به پایان رسیده، اما نام نویسنده و عنوان کتاب معلوم نیست. این نگارنده ناشناس در نگارش دو مقاله نخست از مقاله‌ها چهارگانه کتاب، از کتاب التکملة في الحساب عبدالقاهر بغدادی (د ۴۲۹ق) بهره بسیار برده است و در مقاله سوم (هندسه) نیز توجهی خاص به کتاب المنازل السبع بوزجانی داشته است. مقاله چهارم اثری بسیار معمولی در جبر و مقابله است که به رغم پژوهش‌های انجام گرفته تا آن روزگار، از حل معادلات درجه دوم فراتر نمی‌رود. و «خاتمه» اثر نیز به برخی «نوادیر فراهور» هر مقاله اختصاص دارد. این اثر اگرچه از لحاظ محتوا نکته تازه چندانی ندارد، اما از منظر تاریخ نگارش آثار علمی فارسی و با توجه به مفصل بودن و روزگار تألیف، اثری درخور توجه به شمار می‌آید.

کلیدواژه‌ها: ابوالوفای بوزجانی، التکملة في الحساب، جبر، حساب، عبدالقاهر بغدادی، المنازل السبع.

#### مقدمه

در کتابخانه ملی تبریز دست‌نویسی به شماره ۳۴۴۷ نگهداری می‌شود که متأسفانه به دلیل افتادن چند برگ نخست آن، عنوان و نام نگارنده آن معلوم نیست و در فهرست میر و دود یونسی با عنوان «رساله در حساب» معرفی شده است.

در متن این کتاب، که از این پس آن را به اختصار «حساب تبریز» می‌نامیم هیچ اشارتی که بتوان بر اساس آن نگارنده ناشناس آن را شناخت دیده نمی‌شود. مؤلف از مخدوم خویش نیز نام نبرده و تنها دو بار در انجامه کتاب از او با عنوان «مولوی صاحبی خلدالله دولته» یاد کرده است. مؤلف در فصل دوم از باب نخست از مقاله سوم (هندسه و علم مساحت) هنگام اشاره به واحدهای اندازه‌گیری طول چنین آورده است (برگ ۶۵ ب سطر ۸-۹):

اکنون آنچه درین عصر یعنی شهور سنه تسع و ستین و ستمایه هجری مشهور است و در تمامت ممالک فارس و در اکثر عراقین و خراسان معروف و متداول ...

در پایان این اثر نیز تاریخ به پایان رسیدن کار تألیف چنین آمده است:

چون هر آنچه در صدر کتاب تکفل بیان آن رفته بود از مقالات و اقسام و ابواب و فصول در روز چهارشنبه بیست و پنجم ماه صفر سنه سبعین و ستمایه هجری به اتمام رسید و هر بخشی آنچه فراخور و مقتضاء آن بخش بود به ایراد پیوست من بنده که مخلص ترین خدم و عبید حضرت علیا، مولوی صاحبی خلدالله دولته ام خواستم تا درین مباسطت که می‌کنم و در این جرأت که می‌نمایم. بیت:

وز غایت بلاده و شوخی و روی سخت      خرمهره پیش لؤلؤ لالا همی برم

تمهید معذرتی کنم با مقتداء خرد، که مربی کامل و راه‌نمای به‌حق اوست، بطریق مشاورت. بیت:

گفتم که پای مرد و وسیلت که باشدم      گفتا که بهتر از کرم او کسی دگر؟

... و اگرچه این معنی متصور گشت و وثوق و اعتماد بر حسن عنایت و فرط شفقت مولوی صاحبی خلدالله دولته بسیار بود و هست، هم می‌اندیشیدم تا به

نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ.../ ۲۰۹

چه عبارت تمهید معذرتی در قلم آورم و خلخال وار این کتاب را به آن متخلی کنم و کتاب را به آن معانی مزین داشته ختم کنم. در اثناء این اندیشه قطعه‌ای از سخنان سید حسین ورامینی رحمة الله علیه که از جمله مشاهیر هنرمندان عراق است در خاطر آمد که فحاوی آن با مضمون ضمیر نیک ملایم و موافق می‌نمود... آن قطعه را به همان منوال در قلم می‌آورم و کتاب را بر آن ختم می‌کنم. والقطعة هذه:

شها تبرک داعی مخلص دولت	قبول کن به تفضل رضای یزدان را
شنیده‌ای که سلیمان ز روزها روزی	گشاده بود در بارگاه و ایوان را؟
چه مرغ و ماهی و مور و چه آدمی و پری	کشیده تحفه در آن روز قدر امکان را
ضعیف مورچه‌ای می‌دوید و برد همی	به تحفه پای ملخ حضرت سلیمان را
چو برد گفت شها نیست در خور حضرت	ولی بقدر خود آرنند تحفه شاهان را
نه تو کمی ز سلیمان نه من فزون از مور	قبول کن چو سلیمان عطای موران را

از اشارت متن کتاب و این مقدمه پیداست که مؤلف در سال ۶۶۹ق به نگارش کتاب مشغول بوده و آن را در چهارشنبه ۲۵ صفر ۶۷۰ق به پایان رسانده است. از سید حسین ورامینی که مؤلف این چنین از او ستایش کرده و اشعاری نیز از او در خاطر داشته، نشانی یافت نشد اما بیت‌های دوم، چهارم و ششم این قطعه در دیباچه تاریخ گزیده (بیت ششم اندکی متفاوت) بی‌یادکرد نام سراینده آمده است.<sup>۱</sup> مخدوم مؤلف، اگر کاتب دست‌نویس در ذکر نام و القاب او کم‌لطفی نکرده باشد، نباید مرتبه‌ای بیش‌تر از امیری محلی داشته باشد و مؤلف نیز نباید نویسنده‌ای نامدار باشد.

#### ساختار و محتوای کتاب

کتاب مشتمل بر ۴ مقاله و یک خاتمه است. از عبارت «چون هر آنچه در صدر کتاب تکفل بیان آن رفته بود از مقالات و اقسام و ابواب و فصول» می‌توان حدس زد که مؤلف مقدمه‌ای مفصل، مشتمل بر فهرست محتویات، بر کتاب نوشته بوده که

۱. دوست‌گرامی آقای علی نویدی ملاطی این نکته را یادآور شدند.

متأسفانه در یگانه دست‌نویس شناخته شده این اثر افتاده است. دست‌نویس با سه سطر پایانی فصل دوم از باب نخست از «قسم اول» از «مقاله نخست» این کتاب آغاز می‌شود که از این میان فقط با مراجعه به «خاتمه» کتاب می‌توان دریافت که عنوان یا موضوع مقاله نخست «ارثماطیقی» بوده است. (برگ ۱۱۰ آ: باب اول از خاتمه: در بیان چند مسئله نادر که چنان که فراخور مقاله اول بود یعنی فن ارثماطیقی ...) فهرست مقاله‌ها، ابواب و فصول کتاب در پیوست یک آمده است.

### منابع کتاب

#### الف) التکملة فی الحساب

به نظر می‌رسد التکملة فی الحساب عبدالقاهر بغدادی مهم‌ترین منبع نویسنده ناشناس «حساب تبریز» بوده است؛ او هنگام بهره‌گیری از التکملة، غالباً بخش‌هایی از متن التکملة را حذف و گاه مطالبی را به آن افزوده است. نکته جالب توجه آنکه نویسنده ناشناس، غالباً به جای مثال‌های عددی التکملة، مثال‌هایی دیگر آورده است. البته معلوم نیست که نویسنده ناشناس، مستقیم از التکملة بهره گرفته باشد و شاید این تغییرات مربوط به منبع واسطه محتمل باشد.

یکی از مهم‌ترین نشانه‌های ارتباط میان این دو متن، مطالبی است که در این دو کتاب درباره اعداد متعادل آمده است.

التکملة فی الحساب کهن‌ترین متن شناخته‌شده‌ای است که در آن از «اعداد متعادل» سخن به میان آمده است. تا جایی که می‌دانیم از میان آثار دیگر دوره اسلامی، تنها در دو اثر، یکی همین «حساب تبریز» و دیگر عیون الحساب محمد باقر یزدی (سده ۱۱ قمری) در این باره بحث و در لب الحساب (سده ۶ق) نیز تنها به تعریف آن اشاره شده است.

#### التکملة فی الحساب، باب سوم از نوع ششم (ص ۲۲۹-۲۳۰):

في بيان أقسام العدد بالإضافة: قد تكون الأعداد مشتركة، ومتباينة، ومتناسبة، ومتعادلة، ومتحابة ووالدًا بالإضافة إلى أجزائه، ولدًا بالإضافة إلى أصله. ... والمتعادلة كل عددين مجموع أجزاء أحدهما مثل مجموع أجزاء الآخر. فإذا كان معنا عدد مفروض، وأردنا أن نعلم العددين اللذين أجزاء كل واحد منهما مثل هذا العدد المفروض، نقصنا من العدد المفروض واحداً، ثم قسمنا الباقي

بعدها اولیین، و قسمناه ایضاً بعددین آخرین اولیین، ثم كذلك نقسمه، ما احتمل القسمة بعددین اولیین. ثم ضربنا القسمین من التقسیم الأول أحدهما فی الآخر؛ و ضربنا القسمین من التقسیم الثاني أحدهما فی الآخر، و كذلك نفعل بقسمی التقسیم الثالث والرابع وما بعده. فالمبالغ من هذه الضروب، کل واحد منها أجزاءه مثل ذلك العدد المفروض.

مثاله سبعة وخمسون: أردنا نعلم عددین، أجزاء کل واحد منهما سبعة وخمسون. فنقصنا منها واحداً. يبقى ستة وخمسون. فقسمناهما بقسمین اولیین: أحدهما ثلاثة والآخر ثلاثة وخمسون. وضربنا أحدهما فی الآخر، فكان مئة وتسعة وخمسين، وأجزاؤها إذا جمعت: سبعة وخمسون. ثم قسمنا ستة وخمسين أيضاً بقسمین آخرين اولیین، أحدهما ثلاثة عشر، والآخر ثلاثة وأربعون، وضربنا أحدهما فی الآخر، فكانت أجزاء مبالغ (وهو خمسمئة وتسعة وخمسون) سبعة وخمسين.

فکل عددین أجزاءهما عدد واحد متعادلان، غير متمثلین. ومتى ألقى من العدد واحد، ولم ينقسم مافیه بعددین اولیین بحال، أو لم يمكن ذلك فيه إلا مرة واحدة، فهذا الحكم فيه مفقود.

#### لب الحساب (ص ۶):

متعادلان: و آن دو عدد بود که مجموع اجزاء یکی مساوی مجموع اجزاء آخر بود مثل ۱۵۹ و ۵۵۹ در این صورت مجموع اجزاء هر یکی پنجاه و هفت بود.

#### «حساب تبریز»، باب چهارم از قسم اول از مقالت اول:

در معرفت عدد از روی اضافت و تولید و خواص آن و این باب متضمن سه فصل است. فصل اول در تقسیم عدد از روی اضافه: عدد از روی اضافت یا متعادلان باشد یا متحابان. اما متعادلان دو عدد باشند که مبلغ اجزاء صحاح هر دو در کمیت و کیفیت با هم متساوی باشند. چون ۳۹ و ۵۵ که اجزاء هریکی از این دو عدد که هفده بیش نیست. ...

فصل دوم در معرفت تولید اعداد متعاده: چون خواهند که دو عدد متعاده پیدا گردانند، یعنی اجزاء هر دو عددی معین باشد، از آن عدد معین یکی را بیفکنند و مابقی به دو عدد بسیط منقسم گردانند که مسطح آن دو قسم یکی از

دو عدد مطلوب بود و باز همان عدد را به دو عدد بسیط دیگر منقسم گردانند که مسطح آن دو<sup>۱</sup> دوم عدد مطلوب باشد. مثلاً دو عدد می‌خواهند که مبلغ اجزاء هریکی از آن دو عدد ۱۷ بود. از هفده یکی نقصان کنند تا شانزده بماند. پس شانزده را به دو عدد بسیط، تقدیراً یازده و پنج، قسمت گردانند که مسطح آن یعنی پنجاه و پنج یکی از دو عدد مطلوب بود باز همین شانزده به دو بسیط دیگر مثلاً سیزده و سه قسمت کنند که مسطح، یعنی سی و نه، دوم عدد مطلوب باشد. زیرا که اجزاء هر یکی از این دو عدد هفده بیش نبود و اعداد متعادل که اجزاء آن کمتر از ۱۷ باشد ممکن نیست. پس نخستین متعادلان این دو عدد باشند و دوم دو عدد که مجموع اجزاء هر یکی نوزده بود و سوم دو عدد باشد که مجموع اجزاء هر یکی بیست و یک باشد و همچنین به تزايد دو دو، چندان که رود. و این معنی خاصیت اعداد متعادل است.

نکته‌ای که نه در التکملة و نه در «حساب تبریز» بر آن تأکید نشده آن که با روشی که عبدالقاهر بغدادی برای تولید اعداد متعادل شرح داده، مجموع مقسوم‌الیه‌های دو عدد باید عددی فرد باشد. زیرا مفروض این است که پس از کاستن یک واحد از آن، بتوان حاصل را دو بار به صورت مجموع دو عدد اول نوشت. البته عبدالقاهر یادآور می‌شود که اگر نتوان دو زوج عدد اول با این شرایط یافت، در این صورت از آن عدد زوج انتخاب شده نمی‌توان زوج عدد متعادل تولید کرد.

نویسنده ناشناس در عوض (با در نظر گرفتن همین شرط) به این نکته توجه دارد که مجموع مقسوم‌علیه‌های دو عدد نمی‌تواند کمتر از ۱۷ باشد.

$$2k = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

$$a = P_1 P_2, b = P_3 P_4$$

$$\Rightarrow \sigma(a) = \sigma(b) = P_1 + P_2 + 1 = P_3 + P_4 + 1 = 2k + 1$$

نکته جالب اشاره نویسنده ناشناس به قسم سوم از اعداد است که از آنها با عنوان متشابه (در قیاس با متعادل و متحاب) یاد می‌کند. وی با آنکه در آغاز باب چهارم، هنگام تقسیم اعداد از روی اضافه (به پیروی از عبدالقاهر بغدادی) فقط به متحابان و

۱. را به دو: در اصل «زاید و دو»

۲. دو: در اصل «دوم»

نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ.../ ۲۱۳

متعادلان اشاره می‌کند، در پایان فصل مربوط به تولید اعداد متحاب (که آن نیز برگرفته از التکملة فی الحساب است) دربارهٔ اعداد متشابه چنین می‌گوید (گ ۱۲ ب):

و از اقسام اعداد از روی اضافت قسمی دیگر هست که آن را اعداد متشابه خوانند و آن هر آن دو عدد باشند که مسطح ایشان مربعی باشد و هرکدام یکی که بر دیگری قسمت کنند آنچه از قسمت بیرون آید هم مربع باشد مانند هشت و هشده که مسطح آن صد و چهل و چهار است که ضلع آن دوازده بود و اگر هشده را بر هشت قسمت و اگر هشت را بر هشده منقسم گردانند در صورت اول دو ورعی از قسمت بیرون آید و آن مربعی بود که ضلع آن یک و نیمی باشد و در صورت دوم چهار تسع از قسمت بیرون آید و آن هم مربعی بود که ضلع آن چهار دانگ باشد و امثال آن.

بر اساس این تعریف دو عدد  $a$  و  $b$  به شرطی با هم متشابه هستند که بتوان هر یک از آنها را به صورت حاصل ضرب عدد گویای  $k$  و مربع دو عدد گویای دیگر نوشت بدین صورت:

$$a = k \times c^2, b = k \times d^2$$

التکملة، باب سوم از نوع ششم: فی بیان خواص الأعداد المخصوصة (ص ۲۴۱ - ۲۴۳):

الواحد جذر لنفسه، وکعب مکعب لنفسه، ومال مال لنفسه، وهو دائر علی نفسه. وکل عدد فی أوله واحد، إذا ضرب فی مثله، أو فی عدد أوله واحد، لا بد من وجود الواحد فی أول مبلغه. فهو إذن دائر علی نفسه، وعلی ماله، ومکعبه، وعلی مال ماله، وکل مضروب فی الواحد فلا یتغیر عن مقداره. و من خاصية الأثنين أن مبلغ تضعیفه مثل مبلغ ضربه فی مثله، فأنه زوج ولیس بأجزاء لغيره.

ومن خاصية الأربعة أنها إذا ضربت فی مثلها صارت مربعة فی حشوها مثلها، لا أقل ولا أكثر، فإن أطراف مربعة إذا جمعت تكون اثني عشر، ویبقی من الوسط أربعة، مثل الجذر المضروب فی مثله.

من خاصية الخمسة أنها فرد لیس بأجزاء لعدد سواها، فهي فی الأفراد بمنزلة الاثنين فی الأزواج. و أن کل فرد فی أوله خمسة، فهو مرکب، غیر أولی، والخمسة تعده لامحالة. ولیس فیما تعده الخمسة أولی غیر الخمسة. وکل ما فی

اوله خمسة إذا ضرب في مثله، فلا بد من وجود الخمسة، ووجود مجذورها، وهو خمسة وعشرون، في أول ذلك المبلغ. فهي دائرة على نفسها وعلى مجذورها. ومثاله الخمسة عشر في مثلها: مئتان وخمسة وعشرون؛ والخمسة والعشرون في مثلها: ستمئة وخمسة وعشرون؛ والخمسة والثلاثون في مثلها: ألف ومئتان وخمسة وعشرون. فالخمسة موجودة في أول مبلغ كل ما ضرب في مثله، مما أوله خمسة.

وأما الستة فإنها تدور على نفسها، وعلى مجذورها.

و من خاصية السبعة أنه ليس في الآحاد الصم ما يكون ميزاناً لمجذور غير السبعة: فإنها ميزان الستة عشر، و ميزان الخمسة والعشرين، وهما مجذوران. و كل مجذور ميزانه سبعة، فإن السبعة ميزان المجذور الذي قبله، أو المجذور الذي بعده، فيتوالى مجذوران ميزان كل واحد منهما سبعة.

ومن خاصية الثمانية أنها مكعب، وميزان لبعض المكعب. وليس في الآحاد التي لا جذرها ما هو جذر لمكعب غير الثمانية. و من خواصها أيضاً أن كل مجذورين متوالين متجانسين بالفرد، فإن التفاصل بينهما يكون بأعداد مركبة من الثمانية، على التوالي. مثاله أن المجذور الأول واحد، وهو فرد، والمجذور الذي يليه من الأفراد: تسعة، والتفاوت بينهما ثمانية. ثم المجذور الثالث من الأفراد خمسة وعشرون، والتفاوت بينهما وبين التسعة ستة عشر و هي زائدة على التفاوت الأول بثمانية. ثم المجذور الرابع من الأفراد تسعة وأربعون، والتفاوت بينهما وبين الخمسة والعشرين: أربعة وعشرون، وهي زائدة على التفاوت الذي كان ستة عشر: بثمانية. وعلى هذا المثال، يكون زائد التفاوت بين كل مجذورين متوالين، من جنس واحد من الأفراد. وأما المجذورات من الأزواج، فأولها أربعة، وثانيها ستة عشر...

ومن خاصية العشرة أنه عقد مبتدأ، وهو زوج فرد؛ وليس في ابتداءات العقود ما هو زوج فرد، ولا ما هو ناقص، غيره ...

ومن خاصية الخمسة والعشرين ... وهذا من فضيلة الخمسة والعشرين

«حساب تبريز»، فصل چهارم از باب اول از قسم اول از مقالات اول:

#### آحاد

يك را خاصيت آن است كه هر عددی را كه در آن ضرب کنند از حال خود بنگردد و نفس خود را جذر بود و كعب و مال و مال و مال المال و على هذا، و بر نفس خود دایر بود یعنی يك در مسطح هر دو عدد كه در اول ایشان هم



یک باشد بازآید. و اگر چه یک نه عدد است بل چون اصل و منشأ اعداد است و واسطهٔ میان صحاح و کسور اوست فرونمی‌توان گذاشت.

دو اول ازواج است و او را زوج‌الزوج نهند و هیچ والد و مولود خاص ندارد و مربع آن مساوی ضعف اوست<sup>۱</sup> و ضرب آن در هر عددی ضعف مضروب فیه بود.

سه اول افراد است و با فرد ماقبل، یعنی یک، مربعی زوج‌الزوج و با فرد بعد، یعنی پنج، مکعبی زوج‌الزوج و ضرب آن در هر عددی مفروض، مساوی ثلث مضروب فیه بود چون یکی را ده گیرند و مبلغ ثلث از آن<sup>۲</sup> وضع کنند.

چهار نصف او مساوی جذر است و مربع خود را متوسط و ضرب او در هر عددی مفروض معشر نصف مضروب فیه بود مبلغ مضروب فیه را از آن کم کرده.

پنج فردی است که او را هیچ والد و مولود خاص نیست و از اعداد اولی است و هر عدد که در اول او است ثانی و بر نفس خود، مانند یک، دایر و ضرب او در هر عددی مفروض مساوی معشر نصف مضروب فیه بود.

شش اول اعداد زوج الفرد است و اجزاء صحاح او با نفس او مساوی است و بر نفس خود، مانند یک و پنج، دایر. و ضرب او در هر عددی مفروض مساوی معشر نصف مضروب فیه بود، مبلغ مضروب فیه را بر آن افزوده.

هفت از آحاد صم جز آن میزان هیچ مجذور نتواند بود و ضرب آن در هر عددی مفروض با معشر چهار دانگ مضروب فیه و نصف مبلغ چهار دانگ برابر بود

هشت اول مکعبات است و از آحاد صم الا او میزان هیچ مکعب نتواند بود و تزايد بر تفاضل میان هر دو مجذور متوالی به او بیش نبود و ضرب او در هر عددی مفروض مساوی مجموع معشر چهار دانگ و نیم مضروب فیه بود و نیمهٔ او.

نه اول مربعات فرد است و جذر او ثلث اوست و ضرب او در هر عددی مفروض مساوی معشر مضروب فیه بود چون مبلغ مضروب فیه را از آن وضع کنند و نهایت آحاد و نهایت اشکال اعداد او بود زیرا که چون از او بگذرند به مرتبهٔ دوم رسند.

عشرات

۱. اوست: در اصل «است»

۲. در میان سطرها اضافه شده است: «یعنی حاصل ضرب»

ده اول عقود است و زوج الفردی ناقص و عقد اول از مرتبه دوم و از عقود الا او هیچ زوج الفرد ناقص نیست. و مربع او عقد اول از مرتبه سیم آن است و بی عشر خود مربع سه عشر بود و ضرب او در هر عددی مفروض مساوی معشر مضروب فیه. و مربعات یک و دو سه، یعنی یک و چهار و نه، محاط او باشند.

بیست ...

نود ...

مقصود از «تدور علی نفسها» یا «بر نفس خود دایر» آن است که رقم یکان توان‌های پیاپی ۱، ۵ و ۶ همواره خود همواره همان‌هاست. مقصود عبدالقاهر بغدادی از «وعلی مجذورها» در مورد ۵ این است که دو رقم دست راست همه توانهای ۵ همان ۲۵ است که مجذور ۵ است. اما در مورد عدد ۶ تنها برخی از توانهای آن که به صورت  $6^{5n-3}$  ( $n=1,2,3,\dots$ ) باشند به ۳۶ ختم می‌شوند. ظاهراً نویسنده ناشناس چون این نکته را درست در نیافته، قید «تدور علی مجذورها» را در مورد عدد ۶ حذف کرده است.

آن خاصیت ۷ که عبدالقاهر بغدادی به تفصیل و نویسنده ناشناس به صورتی ابتر بیان کرده این است:

دو مربع کامل متوالی فقط ممکن است در پیمانۀ ۷ هم‌نهشت باشند.

$$(n+1)^y \equiv n^k \pmod{7}$$

التکملة، فصل دوم از باب هشتم از نوع اول: في إخراج جذور الصم بالتقريب (ص ۷۶-۷۷):

الرسم في إخراج جذر الأصم بالتقريب، كالرسم في إخراج جذر ماله جذر ينطق به بالتحقيق، غير أنه يبقى في الأصم كسور، جزءاً أو اجزاء، بعد إخراج ما يخرج بالجذر من الصحاح. وقد اختلف الحساب في نسبة تلك الأجزاء الباقية: فنسبه محمد بن موسى الخوارزمي رحمه الله الى ضعف الجذر الخارج من الصحاح، و نسبه أكثر الحساب الى ضعف الجذر الخارج مزيداً عليه واحد. وهذا القول أقرب إلى الصواب. ... والدليل على صحة قول الحساب بنسبة الأجزاء الباقية من جذر العدد الأصم الى ضعف الجذر الخارج من

الصحاح مزیداً علیه واحد، و بطلان قول محمد بن موسی الخوارزمی بنسبة الأجزاء الى صف الجذر فحسب: انا اذا أخرجنا جذر الأثنين بالتقريب، خرج واحد، وبقى من أجزائه واحد، فإذا نسبناه الى ضعف الواحد، على قول ابن موسى، كان الجذر واحداً و نصفاً، و اذا نسبناه الى ضعف الجذر الخارج، مزیداً علیه واحد، على قول الأكثرين، صار الجذر واحداً و ثلثاً. والواحد والنصف إذا ضرب في مثله فالمبلغ اثنان والرابع، والواحد والثلث اذا ضرب في مثله فالمبلغ واحد و سبعة اتساع. و الذي بينه و بين الأثنين تسعان ناقصان عن تمام الأثنين، وذلك أقرب إلى الاثنين من الربع الزائد على الأثنين. و مما يفسد قول ابن موسى أنا لو طلبنا جذر الثلاثة بالتقريب ...

«حساب تبریز»، فصل چهارم از باب دوم از قسم اول از مقالت دوم: در معرفت جذر و کیفیت استخراج آن (۳۵ آ):

و چون عمل تمام شود اگر از عدد مفروض هنوز بعضی مانده باشد، عدد اصم الجذر باشد و آن مقدار اجزاء باشد. پس آن اجزاء نسبت باید کرد. و در این موضع دو وجه است. محمد بن موسی الخوارزمی و گروهی بر آن اند که آن اجزاء بدین عدد تحتانی که در عمل مضاعف گشته است نسبت باید کرد و گروهی دیگر بر آن اند که واحد را بر آن باید افزودن، پس این اجزاء را بدو نسبت باید کرد. و این قول درست تر و به صواب نزدیک تر است. و دلیل بر صحت این قول و بطلان سخن محمد بن موسی الخوارزمی و آن جماعت که با او متفق اند این است که چون عدد دو را جذر بیرون آورند به تقریب یکی صحیح بیرون آید و یک جزو. پس اگر آن جزو را به حسب قول محمد بن موسی به ضعف عدد صحیح یعنی دو نسبت کنند جذر عدد دو، یک و نیم باشد. اگر آن جزو را به ضعف عدد جذر مادام که واحد بر او افزوده باشد، یعنی سه، نسبت کنند جذر عدد دو، یک و دو دانگ باشد و یک و نیم را چون مربع گرداند یعنی در مثل خود ضرب کنند مبلغ آن دو و دانگی و نیم باشد و یک و دو دانگ را چون مربع گردانند یک و هفت تسع حاصل شود و یک و هفت تسع به عدد دو نزدیک تر است از دو و دانگی و نیم، زیرا که تفاوت در هفت تسع کمتر است از تفاوت ربع. پس بدین دلیل قول محمد بن موسی و جماعتی که با او متفق اند در این معنی فاسد بود و قول دیگر به صواب نزدیک تر.

خوارزمی برای تقریب اصطلاحی ریشه دوم، مخرج اصطلاحی را  $2b$  در نظر گرفته است (فولکرتس، ۱ ص ۹۶-۹۸، ۱۴۷). یعنی:

$$\sqrt{a} = \sqrt{b^2 + r} \approx b + \frac{r}{2b}; \quad a, b, r \in \mathbb{N}, \quad 0 < r < 2b + 1$$

این همان تقریبی است که در آثار هندی دیده می‌شود و احمد بن ابراهیم اقلیدسی نیز در ضمن محاسبه ریشه دوم اعداد صحیح همین تقریب را به کار برده است (اقلیدسی، ص ۱۱۴).

عبدالقاهر بغدادی یادآور می‌شود که بیشتر شمارگران، برخلاف خوارزمی به جای نسبت  $\frac{r}{2b}$  نسبت  $\frac{r}{2b+1}$  را به کار برده‌اند که تقریبی بهتر است. وی برای نشان دادن خطای بیشتر تقریب خوارزمی مثال‌های  $\sqrt{2}$  (یعنی  $b = 1$  و  $r = 1$ ) و  $\sqrt{3}$  (یعنی  $b = 1$  و  $r = 2$ ) را می‌آورد و خطای این دو تقریب را با یکدیگر مقایسه می‌کند. در روش خوارزمی خواهیم داشت:

$$\sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1} \approx 1 + \frac{1}{2 \times 1} = 1 \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{3} = \sqrt{1^2 + 2} \approx 1 + \frac{2}{2 \times 1} = 2$$

در حالی که با تقریبی که شمارگران دیگر به کار می‌برند خواهیم داشت:

$$\sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1} \approx 1 + \frac{1}{(2 \times 1) + 1} = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{3} = \sqrt{1^2 + 2} \approx 1 + \frac{2}{(2 \times 1) + 1} = \frac{5}{3}$$

نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ.../ ۲۱۹

همچنان که دیده می‌شود نویسنده ناشناس «حساب تبریز»، از مثال دوم فقط جمله‌ای را که به نادرستی سخن محمد بن موسی اشاره دارد ترجمه و به پایان مثال نخست افزوده است.

کوشیار گیلانی در فصل هشتم از مقاله نخست اصول حساب الهند (ص ۸۱) و باب هشتم از عیون الأصول فی الحساب (باب ۸، برگ ۳۳پ)، برای جذر تقریبی، همان تقریب دقیق‌تر را که عبدالقاهر بغدادی به «بیشتر شمارگران» نسبت می‌دهد به کار برده است و نسوی (ص ۲۰-۲۱) و طبری در مفتاح المعاملات (ص ۶۰) نیز از وی پیروی کرده‌اند.

این دو اثر کوشیار گیلانی، تا جایی که می‌دانیم کهن‌ترین متونی هستند که در آنها برای «تقریب اصطلاحی» کعب رابطه‌ای آمده است. این تقریب را می‌توان چنین بیان کرد:

$$\sqrt[3]{a} = \sqrt{b^3 + r} = b + \frac{r}{3b^2 + 1}; \quad a, b, r \in \mathbb{N}, \quad 0 < r < 3b^2 + 3b + 1$$

نسوی در المقنع (ص ۲۲-۲۴) و طبری در شمارنامه (ص ۳۶-۴۰) این بار نیز، از کوشیار پیروی کرده‌اند. جالب آنکه نسوی، در مورد مخرج اصطلاحی جذر توضیح می‌دهد که  $3b + 1$  تفاوت میان مربع جزء صحیح ریشه و مربع عدد پس از آن است و اگر مربع عددی معلوم باشد و بر این مربع معلوم، دو برابر جذر آن و یک را اضافه کنیم، مربع عدد بعدی آن حاصل می‌شود. پس کسر اصطلاحی را می‌توان به این صورت نیز نشان داد:

$$\frac{r}{(b+1)^2 - b^2}$$

---

۱. کوشیار گیلانی، اصول حساب الهند، ص ۹۷-۹۹ (مثال عددی:  $\sqrt[3]{298610}$ )، عیون الأصول فی الحساب،

باب ۱۰، برگ ۳۵ (مثال عددی:  $\sqrt[3]{7654321}$ )

در واقع نسوی در اینجا به روشنی به یک درون‌یابی خطی ساده اشاره دارد که در آن فرض بر این است که تابع  $y = \sqrt{x}$  در بازه  $(b+1)^2 > x > b^2$  با تقریبی قابل قبول خطی است. و چون در این بازه به ازای  $\Delta x = (b+1)^2 - b^2 = 2b + 1$ ،  $y$  به اندازه یک واحد تغییر می‌کند، مقدار تغییر  $y$  به ازای  $r$  واحد برابر با کسر بالا خواهد بود. با توجه به این سخن، انتظار می‌رفت که او کسر اصطلاحی ریشه سوم را با ایجاد توان سوم در مخرج کسر بالا در نظر بگیرد و کعب اصطلاحی را چنین به دست آورد:

$$\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b^3 + r} \approx b + \frac{r}{(b+1)^3 - b^3} = b + \frac{r}{3b^2 + 3b + 1}$$

اما همچنان که دیده شد، او نیز به پیروی از کوشیار مخرج اصطلاحی را  $3b^2 + 1$  گرفته (نیز نک: راشد، ص ۲۱۴-۲۱۵) و در نتیجه در محاسبه  $\sqrt[3]{3652296}$ ، کسر اصطلاحی را به جای  $\frac{32}{71611}$  برابر با  $\frac{32}{71149}$  گرفته است:

$$\sqrt[3]{3652296} = \sqrt[3]{154^3 + 32} \approx \frac{32}{(3 \times 154^2) + 1} = 154 \frac{32}{71149}$$

خطای بیشتر تقریب اصطلاحی کوشیار، به ویژه برای  $3b^2 < r < 3b^2 + 3b + 1$  آشکار است.

عبدالقاهر بغدادی کمابیش همزمان با نسوی همان بحث درونیابی خطی را پیش می‌کشد اما برخلاف او آن را به ریشه سوم نیز بسط می‌دهد. وی در این باره چنین آورده است:

قانون در این باره آن است که باقی مانده عمل یافتن کعب را به تفاوت میان دو کعب گویای پیایی که کعب گنگ میان آن دو واقع است نسبت دهیم. تفاوت میان توان سوم دو عدد صحیح پیایی برابر است با حاصل ضرب عدد

نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ.../۲۲۱

کوچک‌تر در دیگری ضرب در ۳ و به اضافه یک. همچنان که در مورد ریشه دوم نیز باقی‌مانده را به تفاوت میان دو عدد صحیح متوالی که جذر گنگ میان آنها قرار دارد نسبت می‌دهیم. جز آنکه تفاوت میان دو مربع متوالی برابر با ... و میان دو مکعب متوالی برابر با ... است (بغدادی، ص ۹۰).

در واقع عبدالقاهر بغدادی مخرج اصطلاحی را به درستی  $(b+1)^3 - b^3$  می‌گیرد:

$$\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b^3 + r} \approx b + \frac{r}{(b+1)^3 - b^3} = b + \frac{r}{3b(b+1) + 1}$$

$$a, b, r \in \mathbb{N}, 0 < r < 3b^2 + 3b + 1$$

بر اساس این سخنان می‌توان گفت که وی گرچه از محاسبه کعب فراتر نرفته، اما گویا زودتر از سموال بن یحیی مغربی به رابطه کلی زیر برای ریشه  $n$  ام اصطلاحی رسیده بوده است:

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n + r} \approx b + \frac{r}{(b+1)^n - b^n}$$

$$a, b, r \in \mathbb{N}, 0 < r < (b+1)^n - b^n$$

علی بن یوسف بن علی منشی که گویا در نگارش لب الحساب (ص ۲۴) به التکملة عبدالقاهر بغدادی نیز نظر داشته از همین مخرج اصطلاحی برای کعب تقریبی استفاده کرده است.

در فصل ششم از باب اول از قسم دوم از مقالت دوم «حساب تبریز» (گ ۴۱ ب- ۴۲ آ)، ضابطه عبدالقاهر چنین ترجمه شده است:

و ضابطه اصلی در این فصل آن است که اجزاء مابقی را از هر عددی اصم الکعب باضافت مبلغ تفاضل دو مکعب منطبق برند که آن عدد اصم الکعب که مطلوب الکعب بود در میان ایشان افتاده باشد و هر دو مکعب متوالی منطقه را تفاضل به قدر مسطح کعب اصغر بود و عددی از او بیکی زاید چون این

مبلغ را در سه ضرب کنند و بر آن جمله یکی بیفزایند. پس اجزاء مابقی را به این جمله به شرط مذکور نسبت کرد.

عبدالقاهر بغدادی برای گرفتن جذر از هر عدد صحیح، چه مربع کامل باشد و چه نباشد، روشی را با عنوان «گرفتن جذر یک عدد با ضرب آن در عددی دیگر» مطرح می‌کند که بر اساس آن برای یافتن جذر یک عدد می‌توان آن را در توان‌های زوج اعداد مختلف ضرب کرد و سپس از حاصل جذر گرفت و سرانجام با تقسیم حاصل جذرگیری بر عددی که از ضرب همان اعداد، البته با توان نصف آنچه در صورت ضرب شد، به دست می‌آید، به مقداری دقیق‌تر برای جذر رسید:

$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{a \times \prod_{i=1}^m a_i^{2k_i}}}{\prod_{i=1}^m a_i^{k_i}} = \frac{\sqrt{a \times a_1^{2k_1} \times a_2^{2k_2} \times a_3^{2k_3} \dots \times a_m^{2k_m}}}{a_1^{k_1} \times a_2^{k_2} \times a_3^{k_3} \dots \times a_m^{k_m}}$$

$$a_1, \dots, a_m, k_1, \dots, k_m \in \mathbb{N}$$

این رابطه اگرچه به نظر بسیار کلی‌تر از رابطه پیشین به نظر می‌رسد اما بر آن مزیدی نیست زیرا با فرض  $c = \prod_{i=1}^m a_i^{k_i}$  این رابطه به ظاهر پیچیده به همان رابطه ساده قبلی تبدیل می‌شود.

عبدالقاهر به عنوان مثال جذر ۴ و جذر ۲ را با ضرب در ۳ و تقسیم حاصل جذر بر ۳ می‌یابد:

$$\sqrt{4} = \frac{\sqrt{4 \times 3^4}}{3^2} = \frac{\sqrt{324}}{3^2} = \frac{18}{9} = 2$$

$$\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2 \times 3^4}}{3^2} = \frac{\sqrt{162}}{3^2} \approx \frac{12}{9} = 1\frac{1}{3}$$



نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ.../۲۲۳

البته این روش برای جذر مربع‌های کامل مانند ۴، نه تنها سودی ندارد، بلکه کار را بی‌جهت دشوارتر نیز می‌کند. هر چند که او هنگام بحث دربارهٔ گرفتن جذر با صفرها که حالت خاص رابطهٔ بالا است، تأکید می‌کند که این روش برای یافتن جذر اعداد مربع کامل سودی ندارد.

در «حساب تبریز» نیز همین روش شرح داده شده اما شگفت آنکه نویسنده، فقط مثال نخست عبدالقاهر (جذر ۴) را که در آن عدد اولیه خود مربع کامل است ترجمه کرده و نیازی به ذکر مثال دوم ندیده است در حالی که گفته شد، در مورد نخست استفاده از این روش کاری بیهوده است.

حساب تبریز، فصل چهارم از باب دوم از قسم اول از مقالات دوم (۳۷-آ-۳۷ ب):

و دوم وجه چنان باشد که مجذور را در عددی دیگر ضرب کنند تا کمیت جذر معلوم گردد و کیفیت این عمل چنان باشد که چون خواهند که جذر عددی مفروض را معلوم کنند آن عدد را در هر عددی دیگر که خواهند به کرات زوج ضرب کنند و آنچه حاصل شود آن را به طریق مستقیم جذر بیرون آورند که اگر بعضی از آن بازماند بدانند که آن عدد اصم الجذر است و گر هیچ نماند عدد منطبق الجذر باشد. پس واحد را نصف کرات تضعیف آن عدد مفروض مضاعف گردانند و آنچه از آن حاصل شود آن را مقسوم علیه سازند و جذر اول را بر او قسمت کنند که آنچه از قسمت بیرون آید جذر عدد مفروض باشد. مثلاً چون خواهند جذر چهار معلوم کنند او را در سه تقدیرا چهار کرت ضرب کنند که سیصد و بیست و چهار حاصل شود. این مبلغ را به طریق مستقیم جذر بیرون آورند که هجده (در متن به اشتباه: سیزده) بود بی‌هیچ کرت (؟) پس محقق دانند که آن عدد مفروض یعنی چهار منطبق الجذر است پس واحد را هم در سه به عدد نصف کرات تضعیف عدد مفروض یعنی دو کرت ضرب کنند تا حاصل نه شود. پس او را مقسوم علیه سازند و جذر اول بر او قسمت کنند که دو بیرون آید و آن جذر عدد مفروض بود یعنی چهار و مطلوب این است.

ب) منازل السبع بوزجانی

از دیگر منابع اصلی «حساب تبریز» کتاب ما یحتاج الیه الکتاب و العمال و غیرهم من علم (یا صناعة) الحساب ابوالوفای بوزجانی است که خود مؤلف، از آن با عنوان

«کتاب منازل» یاد کرده است و به نظر می‌رسد که مقاله سوم عمدتاً بر اساس مطالب «منزل» سوم کتاب بوزجانی تنظیم شده باشد.

ابوالوفاء در این کتاب دستوری برای پیدا کردن ارتفاع هر نوع مثلث به دست می‌دهد و تأکید می‌کند که خود او کاشف این رابطه است. سپس قضیه هرون اسکندرانی را درباره محاسبه مساحت مثلث فقط با داشتن اضلاع، دقیقاً به همان صورت امروزی نقل می‌کند: «برای یافتن مساحت مثلث همه اضلاع را با هم جمع می‌کنیم. و نصف آن را در فضل آن بر تک تک اضلاع ضرب می‌کنیم. اگر جذر این مقدار را بگیریم حاصل همان مساحت مثلث خواهد بود». یعنی:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}; \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

و سرانجام صورت دیگری از این قضیه را که معادل همان دستور و البته بسیار پیچیده‌تر است می‌آورد و تأکید می‌کند که کاشف این رابطه خود اوست. بوزجانی همین رابطه را با همین عبارات در نامه‌ای که در پاسخ به ابوعلی حبوبی نوشته تکرار و البته این بار درستی آن را ثابت نیز کرده است (در این باره نک: کرامتی، «بوزجانی»، ص ۷۳۵-۷۳۶).

این رابطه را که معادل همان رابطه مشهور هرون است با علائم ریاضی بدین صورت بیان می‌شود  $(a, b, c)$  اضلاع مثلث و  $(b \leq c)$ :

$$S = \sqrt{\left[\left(\frac{c+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{c+b-b}{2}\right)^2\right]}$$

نویسنده «حساب تبریز» از این رابطه با عنوان «طریقه شامله» یاد کرده و فصلی را به اثبات همین رابطه اختصاص داده است. او درباره آن چنین گفته است:

در دانستن مساحت جمیع مثلثات طریقی دیگر هست که آن را طریقه شامله خوانند یعنی همگی انواع مثلث را شامل است و آن طریقه این است که نصف مجموع اضلاع سه گانه هر مثلثی مفروض را در تفاضل ضلع‌های سه گانه برو ضرب کنند که چند آنچه از آن ضرب‌ها حاصل آید تکسیر مساحت آن مثلث باشد.

### دستگاه شمار دهگانی در «حساب تبریز»

دستگاه شمار دهگانی با رعایت ارزش مکانی، یکی مهم‌ترین ابداعات هندی‌ها به شمار می‌آید. گرچه کهن‌ترین سندی که این ارقام در آن به کار رفته تاریخ مربوط به ۵۹۵ میلادی است اما تاریخ‌نگاران ریاضیات حدس می‌زنند که سابقه به کارگیری این دستگاه شمار، به سده نخست پیش از میلاد بازمگردد. مسلمانان دست کم از ۱۵۴ یا ۱۵۶ ق/۷۷۱ یا ۷۷۳ م که اخترشناسی از ناحیه سند به دستگاه خلافت منصور عباسی راه یافت، با شمار هندی نیز آشنا شدند. زیرا این اخترشناس در دیدارهایی که با فزّاری و یعقوب بن طارق، دو اخترشناس مشهور آن روزگار داشت مطالب بسیاری درباره نجوم هندی برای آنان بازگو کرد و آنان بر اساس سخنان وی آثاری را به زبان عربی فراهم آوردند<sup>۱</sup> و از آنجا که هندی‌ها بر خلاف یونانیان حتی در آثار نجومی نیز دستگاه شمار شصتگانی را به ندرت به کار می‌بردند، می‌توان گفت که شمار هندی از این پس دست کم در میان اخترشناسان دوره اسلامی رواج یافته است. اما به نظر می‌رسد که آشنایی ایرانیان با شمار هندی سابقه‌ای بیش از این داشته باشد. سوروس سبخت، دانشمند نامدار سریانی اهل رها (یا ادسا در شمال میان‌رودان) در سال ۹۷۳ یونانی (۶۶۲ م/۴۲ ق) هنگامی که می‌خواهد درباره جهانی بودن علم سخن گوید و از خودبینی و خودستایی یونانیان «که می‌پندارند به نهایت علم رسیده‌اند» انتقاد کند، افزون بر ستودن «کشف‌های بسیار ظریف هندی‌ها در علم نجوم که از کشف‌های یونانی و بابلی هوشمندانه‌تر است» از «شمار هندی که در ستایش آن سخنان بسیار می‌توان گفت»، یاد می‌کند که «که تنها با ۹ نشانه انجام می‌شود» به نظر وی اگر یونانیان با شمار هندی آشنا می‌شدند، آنگاه درمی‌یافتند - هر چند دیر - که کسان دیگری نیز که به زبانی جز یونانی سخن می‌گویند، چیزهایی ارزشمند می‌دانند (نو،<sup>۲</sup> ص ۲۲۵-۲۲۷). این سخن سوروس سبخت نشان از آن دارد که در آن روزگار دست کم شماری از فرهیختگان رها و نواحی مجاور آن از میان‌رودان، با شمار هندی آشنا بوده‌اند. از آنجا که در آن روزگار هنوز ایران به تمامی به دست اعراب نیفتاده بود، می‌توان گفت که انتقال شمار هندی از هند به این نواحی بسیار زودتر از این و دست کم در اواخر دوره ساسانی و به واسطه ایرانیان رخ داده است.

۱. درباره چند و چون این دیدار و منابع کهن مربوط به آن، نک: کرامتی، یونس. (۱۳۸۷ش) «ترجمه، بخش دوم». دائرة المعارف بزرگ اسلامی. ج ۱۵. تهران: مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی.

نکته جالب آنکه سوروس سبخت شمار هندی را با عبارت «آن حسابی که با ۹ رقم انجام می‌شود» وصف می‌کند. تقریباً همه شمارگران دوره اسلامی نیز از خوارزمی و اقلیدسی گرفته تا کاشانی و سرانجام محمد باقر یزدی، در این باره همداستان هستند که در شمار هندی، همه اعداد را می‌توان تنها با «۹ حرف» (الحروف التسعة، الاحرف التسعة یا «۹ حرف» و نیز الصور التسع) نوشت. از نظر این شمارگران، «صفر» تنها یک نشانه است که مراتب خالی یک عدد را نشان می‌دهد تا بتوان مثلاً ۱۰ را از ۱۰۰ یا ۹۰۱ را از ۹۱ و ۹۰۰۱ بازشناخت<sup>۱</sup>. به همین جهت بسیاری از آنان تأکید کرده‌اند که نشانه صفر را باید به صورت دایره‌ای توخالی (نماد مرتبه خالی) یا به قول محمد بن ایوب طبری به صورت حرف هاء در عربی (یعنی: ه) رسم کرد. به شمار نیامدن «صفر» به عنوان رقم شاید ناشی از آن بوده است که دستگاه دهدهی هندی، در آغاز نشان‌های برای نشان دادن مراتب خالی نداشته است و چون این امر شمارگر را به اشتباه می‌انداخته، بعدها این نشانه را وضع کرده‌اند. در هر صورت در متون دوره اسلامی برای ارقام ۱ تا ۹ اصطلاحاتی چون «حرف» یا «صورت» اما برای «صفر» اصطلاحی متفاوت مثلاً «رقم» به کار می‌رفته است. به طور مثال اقلیدسی (ص ۵۲-۵۳) در این باره آورده است:

بدان که ممکن است برخی از مراتب یک عدد خالی باشد و هیچ یک از حرف‌های نه‌گانه در آن نیامده باشد. هر گاه چنین باشد در آن مرتبه خالی دایره‌ای می‌گذارند و این همان است که شمارگران آن را «صفر» می‌نامند.

محمد بن ایوب طبری نیز در آغاز شمارنامه (ص ۴-۵) در این باره چنین آورده است:

بدان که اصل شمار هند بر نه حرف نهاده‌اند ... و چون این دانسته شد بدانیم که بعد از این نه «حرف»، «رقمی» دیگرست که آن را صفر خوانند و آن بر صورت هاء عربی است بر این مثال ه و این صفر علامت هیچ عدد نباشد ولیکن قوام مراتب بدو بود

---

۱. برای نمونه نک: کوشیار گیلانی، اصول حساب الهند، فصل نخست از مقاله نخست «فی معرفة صور الحروف التسعة»، نیز همو، عیون الاصول فی الحساب، باب نخست: نسوی، المقنع، باب نخست: عبدالقاهر بغدادی، التکملة فی الحساب، ص ۳۳.

نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ.../ ۲۲۷

ابوریحان بیرونی نیز در بخش شمار از کتاب التفهیم درباره نشانه مرتبه‌های خالی، که امروزه به آن «رَقَمِ صِفْر» می‌گوییم، آورده است: «و چون مرتبه‌ای خالی باشد از عددی، به جای او نشانی کنند از بهر نگاه داشتن او را، که تُهی است. ولی ما او را دایره‌ای خرد کنیم و او را صفر نام کنیم، یعنی تهی. و هندوان او را نقطه کنند».

غیاث الدین جمشید کاشانی نیز در این باره آورده است که «حکمای هند این ۹ رقم (یعنی ۹ شکل) را برای ۹ عِقْد معروف (یعنی اعداد یک رقمی) وضع کرده‌اند و هر مرتبه‌ای که در آن عدد نباشد باید که در آن صفری به شکل دایره‌ای کوچک قرار دهیم تا مرتبه ارقام بعدی اشتباه نشود» (ص ۴۸-۴۹).

از این جا می‌توان دریافت که ریاضی‌دانان ایرانی و مسلمان از دیرباز صفر را به صورت دایره می‌نوشته‌اند و نوشتن نقطه به جای صفر، که امروزه رواج دارد، کاری نادرست است. زیرا توخالی بودن «نشانه صفر» (نمی‌گوییم «رقم صفر» زیرا در گذشته این نشانه را جزء ارقام نمی‌دانسته‌اند) خود رساننده مفهوم خالی بودن این مرتبه بوده است.

اما نویسنده حساب تبریز برخلاف همه منابعی که بدان‌ها اشاره شد، صفر را نیز همچون ارقام دیگر به شمار آورده و به همین سبب از ارقام ده‌گانه سخن گفته است:

اهل هند این سه قسم را در «ده رقم» مضبوط کرده‌اند چنان که جریان علم حساب پیش ایشان بر این ده رقم است و آن رقوم این است ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ و این رقم‌ها را به ازاء آحاد نهاده‌اند بر نظم طبیعی از یک تا نه و رقمی دیگر وضع کرده‌اند بدین صورت ه و این را صفر می‌خوانند.

### منابع

- اقلیدسی، احمد بن ابراهیم. (۱۹۷۳م). الفصول فی الحساب الهندی. تحقیق احمد سلیم سعیدان، عمان.
- بغدادی، عبدالقاهر. (۱۴۰۶ق/۱۹۸۵م). التکملة فی الحساب. تحقیق احمد سلیم سعیدان، کویت: منشورات معهد المخطوطات العربية.
- بوزجانی، ابوالوفا. فی ما یحتاج الیه الکتاب... چاپ شده در سعیدان، احمد سلیم (۱۹۷۱م). تاریخ علم الحساب العربی. عمان.
- بیرونی، ابوریحان. (۱۳۵۱ش). التفهیم. به تصحیح جلال‌الدین همایی، تهران: انجمن آثار ملی.
- طبری، محمد بن ایوب. (۱۳۴۴ش). شمارنامه. با مقدمه و تعلیقات تقی بینش. تهران: بنیاد فرهنگ ایران.
- \_\_\_\_\_. (۱۳۴۹ش). مفتاح المعاملات. تصحیح محمدمامین ریاحی. تهران: بنیاد فرهنگ ایران.
- علی بن یوسف بن علی منشی. (۱۳۶۸ش). لب الحساب. چاپ نسخه برگردان دست‌نویس ۵۲۱۳ کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران. به کوشش جمال‌الدین شیرازیان. تهران.
- کاشانی، غیاث‌الدین. (۱۳۹۷ق/۱۹۷۷م). مفتاح الحساب. تصحیح نادر نابلسی، دمشق: مطبعة جامعة.
- کرامتی، یونس. (۱۳۸۳ش). بوزجانی. دائرةالمعارف بزرگ اسلامی. ج ۱۲. تهران: مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی.
- کوشیار گیلانی. (۱۳۶۶ش). اصول حساب الهند (به همراه ترجمه فارسی). ترجمه و پیش‌گفتار از محمد باقری، تهران: انتشارات علمی و فرهنگی.
- \_\_\_\_\_. عیون الأصول فی الحساب (رسالة چهارم از جنگ شماره ۲۰۹۲ کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران). چاپ تصویری در: قربانی، ابوالقاسم. (۱۳۵۰ش). ریاضی‌دانان ایرانی. تهران: مدرسه عالی دختران ایران.
- نسوی، علی بن احمد. المقنع فی الحساب الهندی (مجموعه ۱۰۲۱ کتابخانه لیدن، از برگ ۶۸ تا برگ ۷۹پ). چاپ تصویری در قربانی، ابوالقاسم. (۱۳۷۰ش). نسوی نامه. تهران: مؤسسه مطالعات و تحقیقات فرهنگی.
- Folkerts, M. (1997). *Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach al-Hwārizmī* (Edition, Übersetzung und Kommentar). München.
- Nau, F. (1910). "La plus ancienne mention orientale des chiffres indiens." *Journal Asiatique*. Dixième Série, Vol 16.
- Rashed, R. (1978), "Extraction de la Racine n<sup>ième</sup> et l'Invention des Fractions Décimales (XI<sup>e</sup>-XII<sup>e</sup> Siècles)." *Archive for the History of Exact Sciences*. XVIII(3).

پیوست یک. فهرست ابواب و مقاله‌ها

عنوان بخش (م=مقاله، ق=قسم، ب=باب، ن=نوع، ف=فصل)	ص	
م۱. [مقاله اول در فن ارثماطیقی در دو «قسم»]		افتادگی
م۱ق۱. [قسم اول در سه باب]		افتادگی
م۱ق۱ب۱. [باب اول در شش فصل]		افتادگی
م۱ق۱ب۱ف۱. [ ]		افتادگی
م۱ق۱ب۱ف۲. [گویا در خواص اعداد مطلقه]		افتادگی
م۱ق۱ب۱ف۳. هم در خواص اعداد مطلقه بر رأی اوقلیدس	۱	
م۱ق۱ب۱ف۴. در خواص اعداد متوالیه بحسب مراتب آحاد	۳	
م۱ق۱ب۱ف۵. در معرفت تقسیم اعداد زوج و کیفیت تولید و خواص آن	۵	
م۱ق۱ب۱ف۶. در معرفت تقسیم و تولید اعداد فرد و خواص آن	۷	
م۱ق۱ب۲. باب دوم در معرفت تقسیم عدد باعتبار هندسه و تولید و خواص آن و این باب متضمن شش فصل است	۱۰	
م۱ق۱ب۲ف۱. در تقسیم عدد به اعتبار هندسه	۱۰	
م۱ق۱ب۲ف۲. در معرفت اعداد مثلثه و کیفیت تولید و تقسیم و خواص آن	۱۰	
م۱ق۱ب۲ف۳. در معرفت اعداد مربعه و تقسیم و تولید آن «یا حقیقتی (هوهوی) باشد یا عیرتی (غیرتی!!) یا مابین الطول	۱۱	
م۱ق۱ب۲ف۴. (در متن به اشتباه: فصل دوم) در معرفت اعداد مخمسه و تولید و خواص آن	۱۳	
م۱ق۱ب۲ف۵. در تعریف و تولید دیگر اشکال مسطحه چون مسدس و مسیج و مثنی و مانند این‌ها	۱۴	
م۱ق۱ب۲ف۶. در تعریف و تقسیم اعداد مجسه و کیفیت تولید و خواص آن	۱۶	
م۱ق۱ب۳. باب سوم در تقسیم عدد از روی کمیت و	۲۰	

خواص آن و تولید بعضی از بعضی و این باب متضمن سه فصل است		
م۱ق۱ب۳ف۱. در تقسیم عدد از روی کمیت	۲۰	
م۱ق۱ب۳ف۲. در معرفت تولید اعداد سه‌گانه یعنی زاید و ناقص و تام	۲۰	
م۱ق۱ب۳ف۳. در خواص اعداد سه‌گانه	۲۱	
م۱ق۱ب۴. باب چهارم در معرفت عدد از روی اضافه و تولید و خواص آن و این باب متضمن سه فصل است.	۲۱	
م۱ق۱ب۴ف۱. در تقسیم عدد از روی اضافه (متعادل / متحاب) / (متشابه)	۲۱	
م۱ق۱ب۴ف۲. در معرفت تولید اعداد متعاده	۲۲	
م۱ق۱ب۴ف۳. در معرفت تولید اعداد متحابه	۲۲	
م۱ق۲. قسم دوم از مقاله اولی در تعریف و تبیین نسبت و مناسبه و آن موشح است بر دو باب	۲۳	
م۱ق۲ب۱. باب اول در تعریف نسبت و تقسیم و خواص آن و این باب متضمن چهار فصل است	۲۴	
م۱ق۲ب۱ف۱. در تعریف نسبت و تقسیم آن	۲۴	
م۱ق۲ب۱ف۲. در تعریف نسبتها دهگانه مخالفت و کیفیت تولید و خواص آنها	۲۴	
م۱ق۲ب۱ف۳. در تعریف چگونگی تولید بعضی از نسبتها دهگانه از بعضی دیگر	۲۸	
م۱ق۲ب۱ف۴. در تعریف نسبت مساوات و کیفیت ترکیب و تألیف دیگر نسبتها از آن و خواص آن	۳۰	
م۱ق۲ب۲. باب دوم در تعریف و تقریر مناسبات و تقسیم آن و کیفیت تولید بعضی از بعضی و خواص آنها و این باب متضمن پنج فصل است	۳۳	
م۱ق۲ب۲ف۱. در تعریف و تقریر مناسبات و تقسیم آن	۳۳	
م۱ق۲ب۲ف۲. در تعریف و تبیین سه نوع اول و کیفیت تولید و خواص آن اول: مناسبت عددی، دوم: مناسبت (در اصل: متناسب) هندی، سوم: مناسبت تألیفی	۳۴	
م۱ق۲ب۲ف۳. در تعریف و تبیین سه نوع اول و	۳۷	



نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ.../۲۳۱

کیفیت تولید و خواص آن		
م ۱ ق ۲ ب ۲ ف ۴. در تعریف و تقریر چهار نوع دیگر که مستحدث بعضی از قدامت	۳۸	
م ۱ ق ۲ ب ۲ ف ۵. در بیان آنکه از این مناسبات ده‌گانه حدود کدام یک با کدام دیگر ممکن الاجتماع اند	۳۸	
م ۲. مقاله دوم در تمهید قواعد و تقریر ضوابط علم حساب و کیفیت عمل به لواحق و توابع و مضافات آن و این مقاله موشح است بر چهار قسم	۳۹	
م ۱ ق ۲. قسم اول در تمهید قواعد علم حساب و کیفیت عمل آن در اعداد صحاح و این قسم مشتمل است بر دو باب	۳۹	
م ۲ ق ۱ ب ۱. باب اول در تمهید قواعد و تقریر ضوابط علم حساب و کیفیت تقسیم آن و این باب متضمن هفت فصل است	۳۹	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۱. در معرفت علم حساب و ماهیت آن و کیفیت تقسیم آن	۳۹	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۲. در بیان مقدماتی که فراخور این فن بود	۴۰	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۳. در معرفت عمل تضعیف و کیفیت تدبیر آن	۴۲	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۴. در معرفت عمل جمع و کیفیت تدبیر آن	۴۳	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۵. در معرفت عمل ضرب و کیفیت تدبیر آن [در چهار وجه]	۴۵	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۵-۱. نخستین وجه را طریق مستقیم گویند	۴۹	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۵-۲. دوم وجه را ضرب بالجدول خوانند	۵۳	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۵-۳. سوم وجه را ضرب بالاصفار خوانند	۵۵	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۵-۴. چهارم وجه را ضرب بالطول و التوشیح خوانند	۵۷	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۶. در معرفت میزان عملها گذشته از تضعیف و جمع و ضرب و کیفیت تدبیر اخذ آن (در متن: «عملها گذشته از» تکرار شده است)	۵۹	
م ۲ ق ۱ ب ۱ ف ۷. در معرفت عمل تجذیر و تکعیب و تمویل و کیفیت تدبیر آنها	۶۲	

م ۲ق ۱ب ۲. باب دوم در معرفت آن عملها که اعداد در آن حالت متناقض شوند و این باب متضمن ۷ فصل است.	۶۳	
م ۲ق ۱ب ۲ف ۱. در معرفت عمل تصنیف و کیفیت تدبیر آن	۶۳	
م ۲ق ۱ب ۲ف ۲. در معرفت عمل تفریق و کیفیت تدبیر آن	۶۴	
م ۲ق ۱ب ۲ف ۳. در معرفت عمل قسمت و کیفیت تدبیر آن	۶۶	
م ۲ق ۱ب ۲ف ۴. در معرفت جذر و کیفیت استخراج آن در سه وجه	۶۹	
م ۲ق ۱ب ۲ف ۴-۱. نخستین وجه را عمل مستقیم خوانند	۷۰	
م ۲ق ۱ب ۲ف ۴-۲. دوم وجه (ضرب در عدد مربع)	۷۳	
م ۲ق ۱ب ۲ف ۴-۳. سوم وجه را استخراج الجذور بالاصفار گویند	۷۴	
م ۲ق ۱ب ۲ف ۵. در معرفت کعب و کیفیت استخراج آن	۷۵	
م ۲ق ۱ب ۲ف ۶. در معرفت اخذ کعب از مکعبات صم بتقریب	۸۲	
م ۲ق ۱ب ۲ف ۷. در معرفت میزان جذور و کعب و کیفیت اخذ آنها	۸۳	
م ۲ق ۲. قسم دوم در تمهید قواعد و تقریر ضوابط صور حساب کسور و کیفیت تصویر و ترقیم و تقسیم آنها و این قسم موشح است بر سه باب	۸۴	
م ۲ق ۲ب ۱. باب اول در کیفیت تصویر و ترقیم صور حساب کسور و تقسیم آن و چگونگی استخراج مخارج آنها و این باب متضمن ۳ فصل است.	۸۴	
م ۲ق ۲ب ۱ف ۱. در معرفت صور حساب کسور و ترقیم و تقسیم آنها	۸۴	
م ۲ق ۲ب ۱ف ۲. در معرفت مخارج کسور و کیفیت استخراج آنها	۸۵	
م ۲ق ۲ب ۱ف ۳. در معرفت مقادیر اجزا به قلت و کثرت	۸۸	

نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ.../۲۳۳

۲م ۲ق ۲ب ۲. باب دوم در معرفت کیفیت عمل در کسور و اجزاء و این باب متضمن شش فصل است.	۹۰	
۲م ۲ق ۲ب ۲ف ۱. در معرفت تضعیف کسور و کیفیت عمل آن	۹۰	
۲م ۲ق ۲ب ۲ف ۲. در معرفت تنصیف کسور کیفیت تدبیر آن	۹۱	
۲م ۲ق ۲ب ۲ف ۳. در معرفت عمل جمع در کسور و کیفیت تدبیر آن	۹۴	
۲م ۲ق ۲ب ۲ف ۴. در معرفت عمل تفریق در کسور و کیفیت تدبیر آن	۹۵	
۲م ۲ق ۲ب ۲ف ۵. در معرفت عمل ضرب (در متن: ضرب عمل) در کسور و کیفیت تدبیر آن	۹۶	
۲م ۲ق ۲ب ۲ف ۶. در معرفت عمل قسمت در کسور و کیفیت تدبیر آن	۱۰۰	
۲م ۲ق ۲ب ۲ف ۶-۱. نوع اول در بیان قسمت کسور بر کسور	۱۰۰	
۲م ۲ق ۲ب ۲ف ۶-۲. نوع اول در بیان قسمت کسور بر عدد صحیحی	۱۰۱	
۲م ۲ق ۲ب ۲ف ۶-۳. نوع اول در بیان قسمت عدد صحیح بر کسور	۱۰۱	
۲م ۲ق ۲ب ۳. باب سوم در معرفت جذور و کعاب در کسور و کیفیت استخراج آنها و این متضمن سه فصل است	۱۰۳	
۲م ۲ق ۲ب ۳ف ۱. در معرفت جذور و کعاب در کسور و تقدیم مقدماتی که در استخراج آنها معاون باشند	۱۰۳	
۲م ۲ق ۲ب ۳ف ۲. در معرفت جذور در کسور و کیفیت طرق استخراج آن	۱۰۵	
۲م ۲ق ۲ب ۳ف ۳. در معرفت کعاب و کیفیت استخراج آن در کسور.	۱۰۶	
۲م ۳ق ۳. قسم سوم در بیان کیفیت عمل در جذور و کعاب از تضعیف و تنصیف و جمع و تفریق و ضرب و قسمت و احکام آنها و این قسم متشکل است بر دو باب	۱۰۷	
۲م ۳ق ۳ب ۱. باب اول در بیان کیفیت عمل در جذور و	۱۰۷	

شرح احکام آنها و این باب متضمن ۴ فصل است.		
م ۲ ق ۳ ب ۱ ف ۱. در معرفت اتفاق جذور و تباین آنها	۱۰۷	
م ۲ ق ۳ ب ۱ ف ۲. در معرفت عمل تضعیف و تنصیف در جذور	۱۰۸	
م ۲ ق ۳ ب ۱ ف ۳. در معرفت عمل جمع و تفریق در جذور	۱۰۹	
م ۲ ق ۳ ب ۱ ف ۴. در معرفت عمل ضرب و قسمت در جذور.	۱۱۰	
م ۲ ق ۳ ب ۲. باب دوم در بیان کیفیت عمل در کعب و شرح احکام آنها و مباحثات این باب در یک فصل منحصر است	۱۱۰	
م ۲ ق ۴. قسم چهارم در تمهید قواعد و تقریر ضوابط حساب درج و دقایق و توابع آن و این قسم مشتمل است بر دو باب	۱۱۲	
م ۲ ق ۴ ب ۱. باب اول در معرفت حساب درج و دقایق و توابع آن از ثوانی و ثوالت و روابع و مانند این‌ها و کیفیت تصویر و ترقیم آن و این باب متضمن پنج فصل است	۱۱۲	
م ۲ ق ۴ ب ۱ ف ۱. در معرفت درج و دقایق و توابع آن و کیفیت تقسیم و تصویر و ترقیم آنها	۱۱۲	
م ۲ ق ۴ ب ۱ ف ۲. در معرفت تضعیف درج و دقایق و توابع آن	۱۱۴	
م ۲ ق ۴ ب ۱ ف ۳. در معرفت تنصیف درج و دقایق و توابع آن	۱۱۵	
م ۲ ق ۴ ب ۱ ف ۴. در معرفت عمل جمع در حساب درج و دقایق و توابع آن	۱۱۶	
م ۲ ق ۴ ب ۱ ف ۵. در معرفت عمل (متن: عمال) تفریق در حساب درج و دقایق و توابع آن	۱۱۷	
م ۲ ق ۴ ب ۲. باب دوم در معرفت تمامت عمل‌ها در حساب درج و دقایق و ثوانی و ثوالت و این باب متضمن چهار فصل است	۱۱۹	
م ۲ ق ۴ ب ۲ ف ۱. در معرفت عمل ضرب در این حساب	۱۱۹	
م ۲ ق ۴ ب ۲ ف ۲. در معرفت کیفیت عمل قسمة در حساب درج و دقایق و توابع آن	۱۲۱	

م ۲ق ۴ب ۲ف ۳. در معرفت استخراج جذور در حساب درج و دقایق و توابع آن	۱۲۳	
م ۲ق ۴ب ۲ف ۴. در کیفیت استخراج کعب در حساب درج دقایق و توابع آن	۱۲۴	
م ۳. مقالات سوم در تمهید قواعد و تقریر ضوابط علم مساحت وما یضاف الیها و این مقاله مشتملست بر پنج باب	۱۲۵	
م ۳ب ۱. باب اول در بیان مقدماتی که فراخور این فن بود و مصطلح اصحاب هندسه باشد و درین صناعت تقدیم آن از لوازم بود و تعریف و تقسیم پیمانها و هرآنچه در تحت مساحت آید و این باب متضمن دو فصل است	۱۲۵	
م ۳ب ۱ف ۱. در تعریف مدلولات الفاظی که مصطلح اصحاب هندسه باشد و تقسیم هرآنچه در تحت مساحت آید بر سیل تفصیل	۱۲۵	
م ۳ب ۱ف ۲. در تتمه بیان مقدماتی که فراخور این فن بود و تعریف و تقسیم پیمانها به حسب اصطلاح اهل این صناعت	۱۲۸	
م ۳ب ۲. باب دوم در معرفت کره زمین و کیفیت تدبیر آن و این باب متضمن دو فصل است	۱۳۱	
م ۳ب ۲ف ۱. در بیان مقدماتی که تعلق به علم هیئت دارد و تقدیم آن بر خوض در این مطلوب لازم است	۱۳۱	
م ۳ب ۲ف ۲. در کیفیت تدبیر مساحت محیط کره زمین و منطقه و قطر آن	۱۳۲	
م ۳ب ۳. باب سوم در معرفت مساحت ابعاد سافله و این باب متضمن چهار فصل است	۱۳۳	
م ۳ب ۳ف ۱. در تعریف ابعاد سافله و تقسیم آن	۱۳۳	
م ۳ب ۳ف ۲. در بیان مقدماتی که تقدیم آن بر تدبیر همگی انواع مساحت لازم بود	۱۳۴	
م ۳ب ۳ف ۳. در معرفت چند شکل از کتاب اقلیدس روح الله رمسه و قدس نفسه که اثبات مطلوب ما به ایراد آن مبرهنه می شود و مجموع آن سی شکل است. مشتمل بر ۲۷ قضیه از مقاله اول و سه قضیه نخست مقاله ششم (شماره مقاله های اصول با شگرف آمده	۱۳۵	

است)		
م <sup>۳</sup> ب <sup>۳</sup> ف <sup>۴</sup> . در معرفت مساحت نوعی از ابعاد سافله که به حاسه بصر مدرک بود و کیفیت وضع مقیاسی که در این مطلوب معاون بود و به واسطه آن کمیت مقدار ابعاد منخفصه(؟) و منتصبه آسان معلوم توان کردن	۱۴۵	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> . باب چهارم در بیان مساحت بسایط و سطوح و کیفیت تدبیر آنها و آن باب موشح است بر دو نوع	۱۵۲	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۱</sup> . نوع اول در معرفت مساحت سطوح ذوات الاضلاع کیفیت تدبیر آنها و این نوع متضمن ۸ فصل است	۱۵۲	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۱</sup> ف <sup>۱</sup> . در بیان مساحت سطوح مثلثه و کیفیت تقسیم و تعریف آن	۱۵۲	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۱</sup> ف <sup>۲</sup> . در بیان معرفت نقطه مسقط الحجر و کیفیت استخراج عمود	۱۵۳	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۱</sup> ف <sup>۳</sup> . در معرفت مساحت جمیع مثلثات بحسب تقسیم آن	۱۵۵	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۱</sup> ف <sup>۴</sup> . در معرفت برهانی که بر تکسیر مساحت جمیع مثلثات از راه زاویه گفته‌اند	۱۶۰	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۱</sup> ف <sup>۵</sup> . در بیان مساحت مربعات و کیفیات تقسیم آن	۱۶۶	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۱</sup> ف <sup>۶</sup> . در معرفت تکسیر مربعات منتظمه	۱۶۶	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۱</sup> ف <sup>۷</sup> . در معرفت تکسیر مساحت مربعات منحرفه	۱۶۹	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۱</sup> ف <sup>۸</sup> . در معرفت مساحت سطوح ذوات الاضلاع الكثيرة	۱۷۲	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۲</sup> . نوع دوم در بیان معرفت سطوح دواير و توابع آن و این نوع متضمن چهار فصل است	۱۷۷	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۲</sup> ف <sup>۱</sup> . در معرفت سطوح دواير و توابع آن و کیفیت تقسیم و تعریف آنها	۱۷۷	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۲</sup> ف <sup>۲</sup> . در معرفت تدبیر مساحت سطوح دواير و مضافات آن	۱۷۷	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۲</sup> ف <sup>۳</sup> . در معرفت مساحت قطاع دایره و کیفیت تدبیر آن	۱۸۵	
م <sup>۳</sup> ب <sup>۴</sup> ن <sup>۲</sup> ف <sup>۴</sup> . در معرفت اشکال مرکبه و تدبیر	۱۸۵	

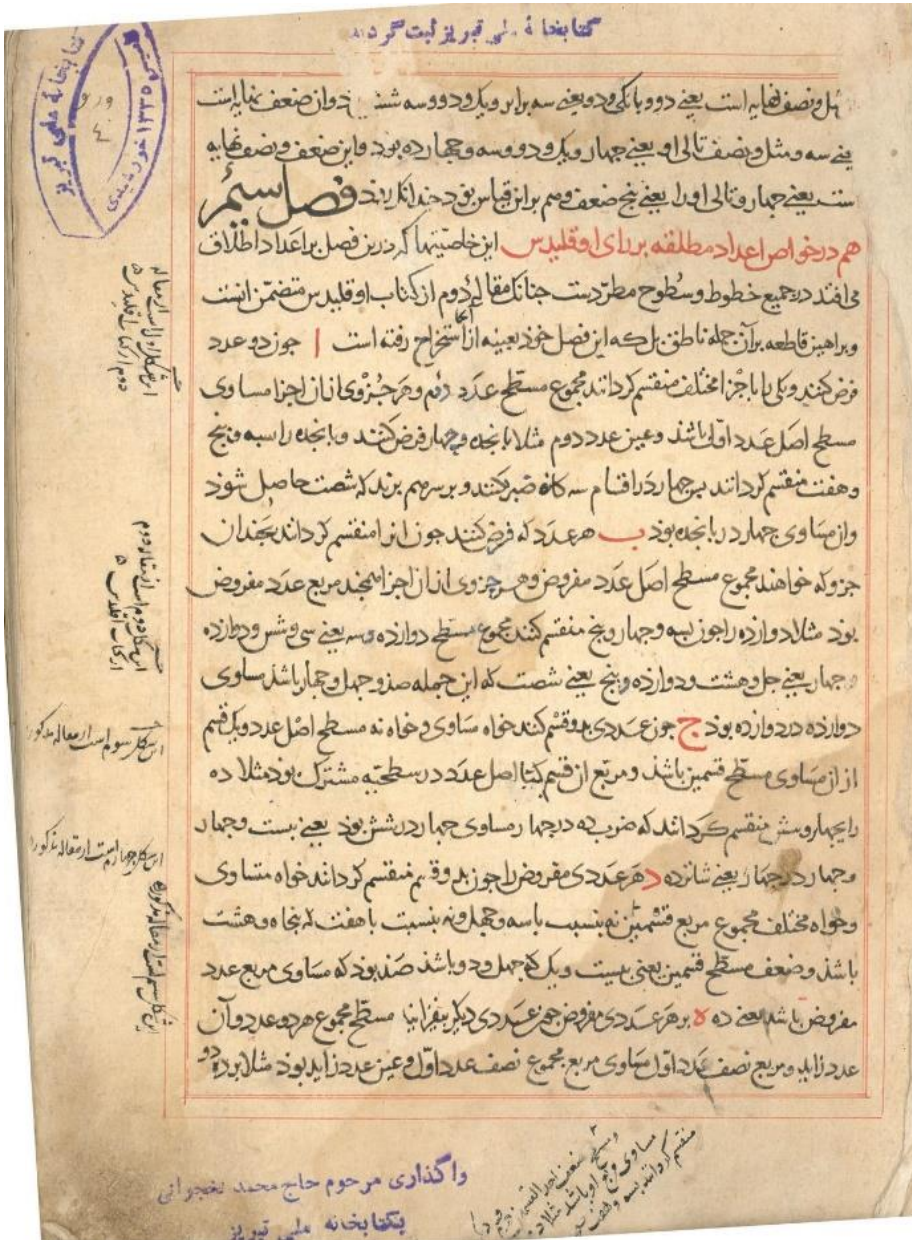
مساحت آنها		
م ۳ب ۵. باب پنجم در معرفت مساحت مجسمات و کیفیت تدبیر آن و این باب متضمن پنج فصل است	۱۸۶	
م ۳ب ۵ف ۱. در معرفت مجسمات و کیفیت تقسیم آن	۱۸۶	
م ۳ب ۵ف ۲. در معرفت مساحت انواع منخفزه	۱۸۹	
م ۳ب ۵ف ۳. در معرفت مساحت کرات و توابع آنها	۱۹۰	
م ۳ب ۵ف ۴. در معرفت مساحت اسطوانات و کیفیت تدبیر آنها	۱۹۱	
م ۳ب ۵ف ۵. در معرفت مساحت مخروطات و کیفیت تدبیر آن	۱۹۳	
م ۴. مقاله چهارم در تمهید قواعد و تقریر ضوابط علم جبر و مقابله و ایراد اصول و فروع آن و تبیین استخراج مسایل مجهوله بواسطه آن در ۴ باب	۱۹۷	
م ۴ب ۱. باب اول در بیان مقدماتی که در این علم تقدم آن از لوازم بود و این باب متضمن دو فصل است	۱۹۷	
م ۴ب ۱ف ۱. در تعریف الفاظی که مدلولات آن میان اهل این مصطلح است	۱۹۷	
م ۴ب ۱ف ۲. در معرفت اجزاء الفاظ چهارگانه و توابع آن	۱۹۹	
م ۴ب ۲. باب دوم در معرفت کیفیت عمل به الفاظ چهارگانه (متن: +در) و این باب متضمن چهار فصل است.	۱۹۹	
م ۴ب ۲ف ۱. در بیان مقدماتی که در تدبیر عمل به الفاظ چهارگانه (متن: +در) معاون باشند	۲۰۰	
م ۴ب ۲ف ۲. در معرفت عمل جمع و تفریق به الفاظ چهارگانه (متن: +در)	۲۰۱	
م ۴ب ۲ف ۳. در معرفت عمل ضرب بالفاظ چهارگانه (متن: +در)	۲۰۲	
م ۴ب ۲ف ۴. در معرفت عمل قسمت در این علم به الفاظ چهارگانه (متن: +در)	۲۰۵	
م ۴ب ۳. باب سیم در بیان اصول مسایل سه گانه مفرده که آن را مفردات (متن: مفترقات) خوانند و کیفیت تعاریف آنها و این باب متضمن سه فصل است	۲۰۷	
م ۴ب ۳ف ۱. در معرفت اموال که معادل اشیاء افتد و	۲۰۷	

کیفیت استخراج آن		
م ۴ب ۳ف ۲. در معرفت اموال که معادل اعداد افتد و کیفیت تفاربع آن	۲۰۹	
م ۴ب ۳ف ۳. در معرفت اشیاء که معادل اعداد افتد و کیفیت تفاربع آن	۲۱۰	
م ۴ب ۴. باب چهارم در بیان اصول مسایل سه گانهٔ مرکبه که آن را مقترنات خوانند و کیفیت تفاربع آنها و این باب متضمن سه فصل است	۲۱۱	
م ۴ب ۴ف ۱. در معرفت اموال و اعداد که معادل اشیاء افتد	۲۱۱	
م ۴ب ۴ف ۲. در معرفت اموال و جذور که معادل اعداد افتد	۲۱۵	
م ۴ب ۴ف ۳. در معرفت جذور و اعداد که معادل اموال (متن: اعداد) افتد و کیفیت تفاربع آن	۲۱۶	
خ. خاتمه در بیان انواع مسایل و نوادر چنانکه فراخور هر مقالتی بود از مقالات چهارگانه که کتاب متضمن آن است و به اتمام آن کتاب را ختم کرده می شود و این خاتمه مشتمل است بر چهار باب	۲۱۹	
خ ب ۱. باب اول در بیان چند مسئلهٔ نوادر چنان که فراخور مقالهٔ اول بود یعنی فن ارثماطیقی و این باب متضمن چهار فصل است	۲۱۹	
خ ب ۱ف ۱. در معرفت نوادر انواع مناسبات و کیفیت تفصیل آنها	۲۲۰	
خ ب ۱ف ۲. در بیان فواید چهار عدد متناسب و کیفیت استخراج مسایل مجهوله بواسطهٔ آن	۲۲۶	
خ ب ۱ف ۳. در معرفت کیفیت استخراج اعداد مضمرة	۲۳۵	
خ ب ۱ف ۴. (متن: فصل دوم) در معرفت استخراج خواتم خفیه و اسماء مضمرة و کیفیت طرق استخراج اینها	۲۴۸	
خ ب ۲. باب دوم در بیان چند مسئلهٔ نوادر چنانکه فراخور مقالهٔ دوم یعنی فن حساب افتد و این باب موشح است بر دو نوع	۲۵۳	
خ ب ۲ن ۱. نوع اول در بیان چند مسئلهٔ نوادر چنان که فراخور ابوابی بود که در فن حساب شرح آن تقدیم	۲۵۳	



یافت و این نوع متضمن چهار فصل است		
خ ب ۲ ن ۱ ف ۱. در بیان نوادر جمع و تفریق و کیفیت عمل آنها	۲۵۳	
خ ب ۲ ن ۱ ف ۲. در بیان نوادر تضعیف و تنصیف و کیفیت عمل آنها	۲۵۵	
خ ب ۲ ن ۱ ف ۳. در معرفت تزئید جزوی معین چون نصف یا ثلث یا ربع و امثال اینها از مقداری مخصوص بر آن مقدار و کیفیت عمل آن	۲۶۱	
خ ب ۲ ن ۱ ف ۴. در بیان نوادر ابواب کسور و کیفیت عمل آنها	۲۶۳	
خ ب ۲ ن ۲. نوع دوم در بیان چند مسئله نوادر که تعریف آن در استخراج مسایل مجهوله معاون باشند و این نوع متضمن سه فصل است	۲۶۴	
خ ب ۲ ن ۲ ف ۱. در بیان طریقه‌ای که بحساب خط‌آین مشهور است	۲۶۴	
خ ب ۲ ن ۲ ف ۲. در معرفت طریقه تسطیح و کیفیت تدبیر آن	۲۶۷	
خ ب ۲ ن ۲ ف ۳. در بیان مسایل متنوعه و کیفیت استخراج آنها	۲۷۰	
خ ب ۳. باب سوم در بیان مسایلی چند نوادر چنانکه فراخور مقالت سوم بود یعنی فن علم مساحت و این باب متضمن دو فصل است	۲۸۹	
خ ب ۳ ف ۱. در معرفت انقسام سطوح در میان شریکان بطریق هندسه	۲۹۰	
خ ب ۳ ف ۲. در بیان مسایل عشره	۲۹۷	
خ ب ۴. باب چهارم: در بیان چند مسئله نوادر چنانکه فراخور مقاله چهارم یعنی علم جبر و مقابله باشد و این باب متضمن دو فصل است	۳۰۷	
خ ب ۴ ف ۱. در بیان چند مسئله حسابی و کیفیت استخراج اجوبه آنها	۳۰۷	
خ ب ۴ ف ۲. افتادگی		

پیوست دو. تصاویری از دست‌نویس ۳۴۴۷ کتابخانه ملی تبریز



آغاز دست‌نویس

مکتبه تکسیر مساحت مربع بزرگ باشد و از مبلغ معادل یک ال کابل بود زیرا که ادا را یک شی  
 نمازه اند و مربع آن هر سه یک ال بود پس چون برکتند یعنی متاثر از آن طرفین شدند  
 لازم آید که نود و شش عدد معادله هشت شی از آن اند بر یک شی محمد در صورت دوازده  
 بود لاجرم مساحت مربع بزرگ صد و چهار و چهار باشد و ضلع مربع کوچک هشت بود  
 و مطلوب اینست **ثالثا** چون گویند مری می مجهول الاضلاع  
 و المساحة که محیط دایره بود چون مربع ا ب د و دایره ا ر ح مفروض است و خط ا ه  
 تقدر بر اینج کزات و مساحت هر ایوه صد و شش تریه که معرفه مکتبه اضلاع مربع  
 و مکتبه تکسیر سطح دایره محاطه چگونه حاصل آید  
 طریق معرفه این مطلوب اینست که قطر مربع را یک شی  
 شمرند تا قطر دایره یک شی اولاده بود فان مربع  
 گرداند یعنی در خودش ضرب کنند که اناج باز آید  
 ایند چون سبع و نصف بود باقی مکتبه تکسیر مساحت سطح دایره مفروضه بود چون  
 مکتبه مساحت هر ایوه یعنی صد و شش تریه را بر آن افزایند حاصل مکتبه تکسیر  
 مساحت مربع مفروض بود بر قطر دایره نه کن باشد و ضلع مربع جذر صد و هشتاد و یکم  
 و اتم لاهله  
 چون هر پنج در صد کتاب  
 تکفیل بازل رفقه بود از مقالات و اقسام و ابواب فصول در روز چهار سینه است  
 و پنج ماه صفر سینه ستایه هجری با تمام رسید و در هر بخشی پنج فواجر و مقصدا  
 از بحر بود با براد بیوست من بدله که مخلص تر از خدم و عبید حضرت علیا مولوی صلی  
 خدا الله دولت ام خواستم نادین مباحثت که می کنم و درین جرات که می نماید **بیت**  
 و نغایت بلاذره و شوی و روکت خرمه بر لول و لاله لاله کم  
 ملهید معذرتی کنم با مقصد از خرد که مزی کامل و راه نمای سخن اوست بطریق شایسته

روی برگ آخر که در آن سال تألیف آمده است.

**بیت** گفته که بای مرد و وسیلت که باشم کفتا که بنتر از کتم او کی در ک  
**شعر** ای جو معین حاج معنی حاجتی فال الح معنی سواک شفیع  
نصبا لغین شد والرج این معنی متصور گشت و وثوق و اعتماد بر حسن عنایت و فرط  
شفقت مولوی صاحبی خلد الله دولته بسیار نود و هفت مسمی اندیشم تا بجه  
عبارت نمیدم معذرتی در قلم اوتم و خفا او را بای کتاب را این مختلی کنم و کتاب  
را بازمعانی مرتب داشته ختم کنم در اثنا این اندیشه قطعه از سخنان سید حسین و ابی  
رحمة الله علیه که از جمله مشاهیر هند است سراق است در خاطر آمد که خای آن  
باضمون ضمیر نیک ملایم و موافق می نمود و مطایر با کلموز خاطر خذو النعل بالنعل  
سأوی و مطایر می آمد بر حکم انک فواعده مهوده و رنوم ستمه در سالک و سناج  
از باب سخن آنست که در آیات و اشعار و امثال و هراچ بسبیل استشهاد و استکمال  
و ضرورتی مثل در اثنا هر سخن مندرج کرد که انداز وضع اصل و صیغت او را متعیر نکند  
و بیوجیه نکل قابل اول و فاضل نخست گفته و نقل بر کرده باشند ابراهیم کندان قطعه را به نام  
مقال در قلم می اوتم و کتاب را بران ختم می کنم **و القطعة**

**هـ**

<b>شفا تبرک داعی مخلص دولت</b>	<b>قبول کن بفضل رضای بر دار را</b>
شنده که سلیمان روزها روزی	کشاده بود در بارگاه و ابواب را
چه مرغ و ماهی و مور و جراد می و بری	کشیدن کجای روز قدر امکان را
ضعیف مورچه می دید و بر دمی	بجفنه بای میخ حضرت سلیمان را
چو بر کف شمانست و خور حضرت	ولی بقدر خود دارند جفنه شاهان را
<b>ز قو کلی سلیمان نه من فروزان مور</b>	<b>قبول کن جو سلیمان عطا مور را</b>

کتابخانه ملی تبرک  
تاسیس ۱۳۳۵